

Maculayova formula durácie

Cena dlhopisu sa hýbe opačne s kupónom a rovnakým smerom s dobou do splatnosti, je potrebné určiť najlepšiu kombináciu týchto dvoch premenných. Mierou citlivosti dlhopisu na úrokovú mieru je **durácia**. Koncept durácie položil Frederick Macaulay, ide o vážený priemer splatností dlhopisu, pričom váhou je relatívny diskontovaný tok prostriedkov v každom období.

Nech w_t sú váhy spojené s tokom prostriedkov (CF_t) v čase t , potom platí:

$$w_t = \frac{CF_t / (1+y)^t}{P_m},$$

pričom y je výnos do splatnosti. Súčet váh sa rovná 1.

Maculayova formula pre výpočet durácie D je:

$$D = \sum_{t=1}^T t \cdot w_t,$$

čo môžeme rozpísať ako

$$D = w_1 + 2w_2 + 3w_3 + 4w_4 + \dots + Tw_T$$

Durácia je kľúčovým konceptom z 3 dôvodov:

1. je to jednoduchá miera efektívnej priemernej splatnosti dlhopisu,
2. je to dôležitý nástroj, ktorý umožňuje eliminovať riziko úrokových mier portfólia,
3. je to miera citlivosti dlhopisu (portfólia dlhopisov) na úrokovú mieru.

Durácia ako miera efektívnej priemernej splatnosti dlhopisu

Príklad vypočítajte duráciu dlhopisu s 8% kupónom a dlhopisu s nulovým kupónom, ktorý majú dobu splatnosti 3 roky. Výnos do splatnosti je 10% resp. 9%. Nominálna hodnota je 1000.

	y	10%				
	P _p	1000				
Dlhopis s 8% kupónom						
kupón	8%	t	CF _t	CF _t /(1+y) ^t	w _t	w _t .t
		1	80	72.72727	0.076534	0.076534
		2	80	66.1157	0.069576	0.139152
		3	1080	811.42	0.85389	2.56167
				950.263	1	2.777356
						Durácia

y	10%					
P _p	1000					
Dlhopis s nulovým kupónom						
kupón	0%	t	CF _t	CF _t /(1+y) ^t	w _t	w _t .t
		1	0	0	0	0
		2	0	0	0	0
		3	1000	751.3148	1	3
				751.3148	1	3
						Durácia

y	9%					
P _p	1000					
Dlhopis s 8% kupónom						
kupón	8%	t	CF _t	CF _t /(1+y) ^t	w _t	w _t .t
		1	80	73.3945	0.075301	0.075301
		2	80	67.3344	0.069083	0.138166
		3	1080	833.9582	0.855616	2.566849
				974.6871	1	2.780316
						Durácia

	y	9%				
	P _p	1000				
Dlhopis s nulovým kupónom						
kupón	0%	t	CF _t	CF _t /(1+y) ^t	w _t	w _t .t
		1	0	0	0	0
		2	0	0	0	0
		3	1000	772.1835	1	3
				772.1835	1	3
						Durácia

Durácia ako miera citlivosti dlhopisu na úrokovú mieru

Hovorili sme, že dlhodobé dlhopisy sú viac citlivé na pohyby úrokových mier ako krátkodobé dlhopisy. Durácia nám umožňuje kvantifikovať tento vzťah:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \cdot \left[\frac{\Delta(1+y)}{1+y} \right] \quad \text{Proporcionálna}$$

zmena ceny sa rovná proporcionálnej zmene vo (výnose dlhopisu +1) krát durácia.

Modifikovaná durácia

V praxi sa využíva modifikácia durácie, tzv. *modifikovaná durácia* v tvare:

$$D^* = D/(1 + y)$$

A vzťah (2) môžeme prepísať ako

$$\frac{\Delta P}{P} = -D^* \cdot \Delta y$$

Príklad

Dlhopis so splatnosťou 30 rokov má kupónovú mieru 8% (platenú ročne) a výnos do splatnosti 9%. Jeho cena je 897,26\$ a durácia je 11,37 roka. Čo sa stane s cenou dlhopisu ak sa výnos do splatnosti zvýši na 9,1%?

$$\frac{\Delta P}{P} = -D^* \cdot \Delta y \cdot P = -\frac{11,37}{1,09} \cdot 0,001 \cdot 897,26 = -9,36\$$$

Zvýšenie výnosu do splatnosti o 0,1% má za následok zmenu ceny o -9,36\$.