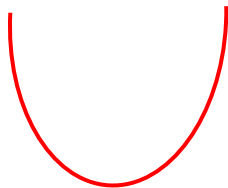


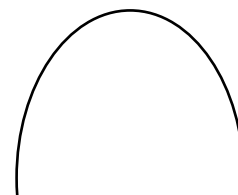
KVADRATICKÁ FUNKCIA

$$f : y = ax^2 + bx + c$$

$a > 0$
konvexná



$a < 0$
konkávna



PR.: Zobraďte graf, napíšte vlastnosti funkcie

$$f : y = 4 - x^2, \quad a = -1, \quad b = 0, \quad c = 4$$

$a = -1 < 0 \Rightarrow$ konkávna

významné body: vrchol paraboly $V = \left[-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right]$

$$x = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0, \quad y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(0) = 4 - 0^2 = 4$$

$$V = [0, 4]$$

Priesečníky s osami	x	0	-2	2
	y	4	0	

$$f : y = 4 - x^2$$

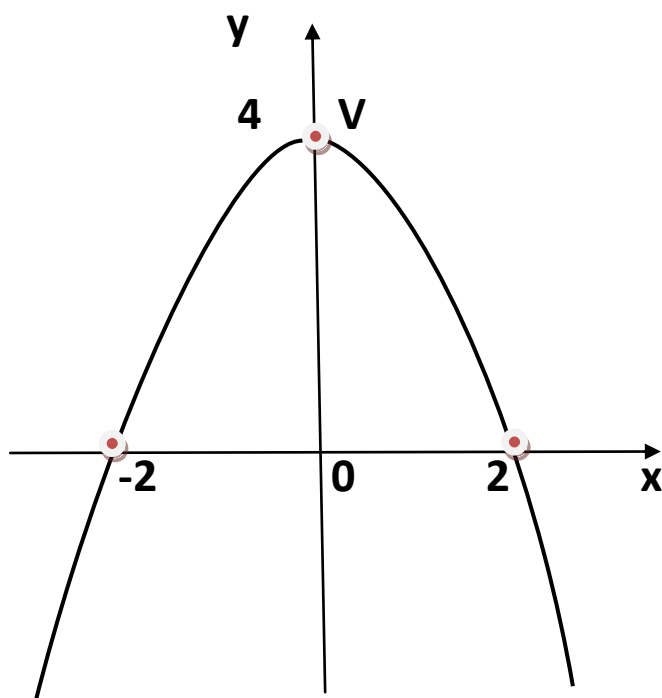
$$x = 0 \Rightarrow y = 4 - 0^2 = 4, \quad [0, 4] \dots \text{vrchol paraboly}$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 4 - x^2, \quad x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{12} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 4}}{2 \cdot (-1)} = \frac{0 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{\pm 4}{-2} =$$

$$x_1 = \frac{4}{-2} = -2, \quad x_2 = \frac{-4}{-2} = 2, \quad [-2, 0], [2, 0]$$

Body + parabola: $V = [0, 4]$, $[-2, 0]$, $[2, 0]$



Vlastnosti:

$D(f) = \mathbb{R}$,

$H(f) = (-\infty, 4]$,

ohraničená zhora číslom 4,

je párna (graf je súmerný podľa osi y)

rastúca na $(-\infty, 0]$,

klesajúca na $[0, \infty)$.

EXPONENCIÁLNA A LOGARITMICKÁ FUNKCIA

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$

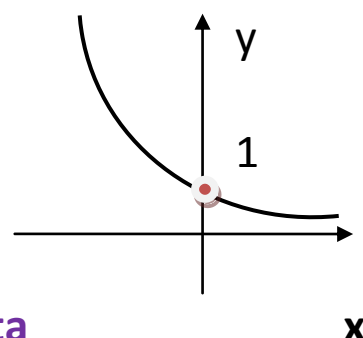
PR.: Zobrazte graf, napíšte vlastnosti a zistite inverznú

funkciu $\Leftrightarrow f : y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$

$$y = a^x, 0 < a < 1,$$

klesajúca

(graf sa blíži k osi x) os x asymptota



$$f : y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$$

$$a = \frac{1}{2} < 1, \text{ klesajúca exponenciálna funkcia}$$

asymptota $y = 2$ (graf sa blíži k priamke $y = 2$)

významné body:

x	0	Neex.	1
y	3	0	$\frac{5}{2}$

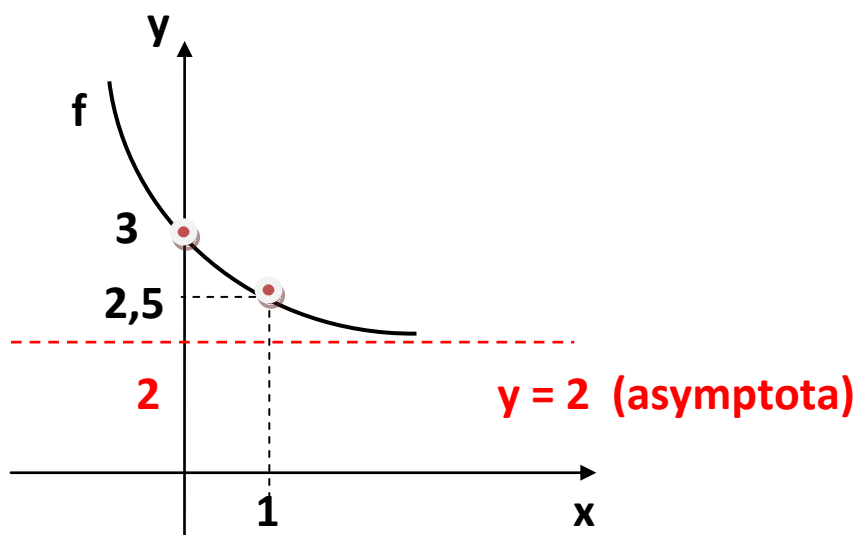
$$x = 0 \Rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 2 = 1 + 2 = 3, [0, 3]$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 \quad (\text{riešime rovnicu})$$

$$-2 = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{nemá riešenie, bod neexistuje}$$

Funkčná hodnota pre $x = 1$

$$x = 1 \Rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}, \left[1, \frac{5}{2}\right]$$



Vlastnosti:

$$D(f) = \mathbb{R},$$

$$H(f) = (2, \infty),$$

Ohraničená zdola číslom 2

Rastúca,

Prostá $\Rightarrow$ existuje k nej inverzná funkcia

Inverzná funkcia

$$f : y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$$

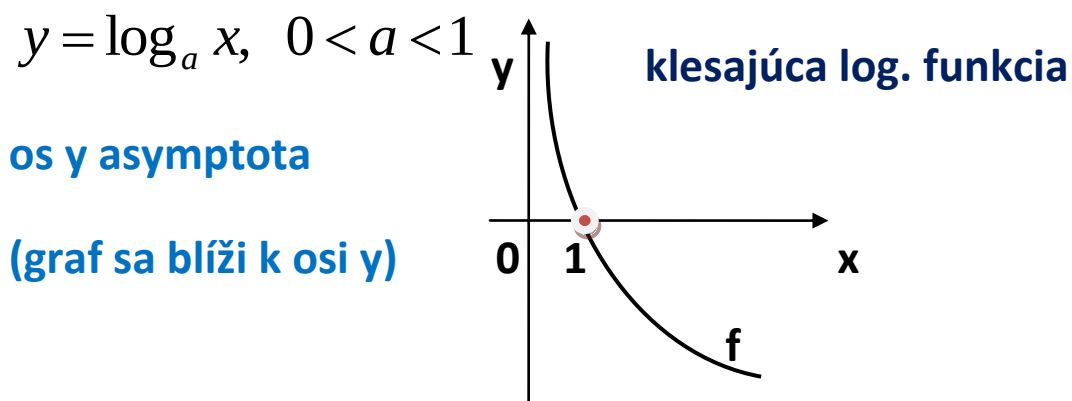
$$f^{-1} : x = \left(\frac{1}{2}\right)^y + 2 \quad / - 2$$

$$x - 2 = \left(\frac{1}{2}\right)^y \quad / \circ \log_{\frac{1}{2}}()$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) = y \Rightarrow f^{-1} : y = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$$

$$D(f^{-1}) : x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

Asymptota: $x = 2$



Graf $f^{-1} : y = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$

$a = \frac{1}{2} \in (0, 1)$, **klesajúca log. funkcia**

asymptota $x = 2$ (graf sa blíži k priamke $x = 2$)

$$D(f^{-1}): x - 2 > 0 \iff x > 2$$

významné body:

$$x = 0 \Rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}}(0 - 2) = \log_{\frac{1}{2}}(-2) \quad \text{!!! neexistuje}$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) \quad (\text{rovnica})$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = x - 2$$

$$1 + 2 = x$$

$$x = 3, \quad [3, 0]$$

Funkčná hodnota pre $x = \frac{5}{2}$

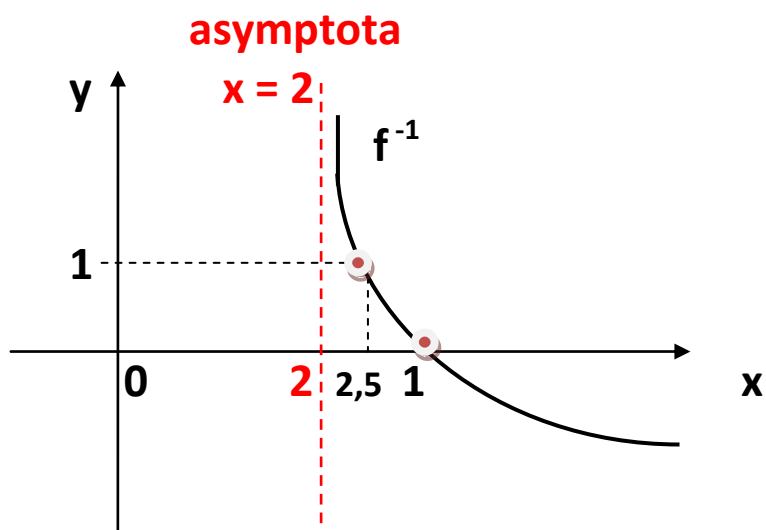
$$x = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{5}{2} - 2\right) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{5 - 4}{2}\right) =$$

$$= \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

podľa vzorca !!! $\log_a a = 1$



x	0	3	$\frac{5}{2}$
y	Neex.	0	1



Vlastnosti: $D(f) = (2, \infty)$, $H(f) = \mathbb{R}$

Nie je ohraničená

Klesajúca, Prostá

Grafy f a f^{-1} v jednom obrázku

$$f : y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2, \quad f^{-1} : y = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2)$$

