

Matematika 1A :: Test na skúške (ukážka) :: 2015

1. Daná je funkcia $g : y = 3 - 4\arcsin\left(\frac{x-2}{3}\right)$. a) Zistite oblasť definície funkcie, b) vyjadrite inverznú funkciu g^{-1}.
2. Zistite rovnice asymptot (so smernicou, bez smernice) grafu funkcie $f : y = \frac{2x^2 + 5}{x - 2}$ a nájdené asymptoty zobrazte.
3. Pomocou prvej a druhej derivácie vyšetrite monotónnosť, stacionárne body a lokálne extrémny funkcie $f : y = \frac{2x^2}{x - 3}$
4. Vyšetrite konvexnosť, konkávnosť a nájdite inflexné body funkcie $f : y = \frac{1}{2}x^5 + \frac{5}{2}x^4 + \frac{1}{2}$
5. Nájdite stacionárne body a lokálne extrémny funkcie $f(x, y) = x^3 - y^3 - 9xy + 5$
6. Nájdite viazané lokálne extrémny funkcie $f(x, y) = 3x^2 + 5y^2 - 2xy$, ak podmienka väzby je $x + y = 5$.
7. Aplikačná úloha - maximalizácia zisku Mesačná produkcia firmy je opísaná nasledovnou funkciou: $Q = 100 \cdot K - K^2 + 150 \cdot L - 0,5L^2$, kde: K – výrobný faktor <i>kapitál</i>, L – výrobný faktor <i>práca</i>. Firma zamestnáva pracovníkov L za 400 p.j./deň (P_L) a prenajíma si stroje K za 200 p.j./deň a stroj (P_K). Cena P, za ktorú svoj produkt predáva, je 20 p.j. za jednotku. Vypočítajte, akú kombináciu výrobných faktorov by mala firma použiť, aby dosiahla za daných podmienok maximálny zisk.
Teória, napr.: a) Načrtnite grafy navzájom inverzných funkcií $y = \sin x$, $y = \arcsin x$ na príslušných intervaloch. Napíšte $D(f)$, $H(f)$ a vlastnosti funkcie $y = \arcsin x$. b) Napíšte determinant, pomocou ktorého zisťujeme lokálne extrémny funkcie $f(x, y)$