

DETERMINANTY A SÚSTAVY LINEÁRNYCH ROVNÍČ - CVIČENIA

1. Vypočítajte dané determinanty:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |D| = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 6 & 10 \end{vmatrix} & \text{b) } |D| = \begin{vmatrix} 10 & -3 \\ -12 & 0 \end{vmatrix} & \text{c) } |D| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} & \text{d) } |D| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 8 & 5 \end{vmatrix} \\ & & [\text{ a) } 38 \quad \text{ b) } -36 \quad \text{ c) } 0 \quad \text{ d) } -64] \end{array}$$

2. Vypočítajte dané determinanty:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } |D| = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 6 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{vmatrix} & \text{b) } |D| = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix} & \text{c) } |D| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 0 & 5 & 0 \end{vmatrix} & \text{d) } |D| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} \\ & & [\text{ a) } 85 \quad \text{ b) } 9 \quad \text{ c) } -105 \quad \text{ d) } 25] \end{array}$$

3. Vypočítajte dané sústavy lineárnych rovníc:

- I) Gaussovou eliminačnou metódou,
- II) pomocou inverznej matice,
- III) pomocou determinantov.

$$\begin{array}{ll} \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 = -9 \\ \text{a) } 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -29 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 1 \end{array} & \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 = -10 \\ \text{b) } 2x_1 + 3x_3 = -2 \\ 3x_1 + 10x_2 + 2x_3 = -33 \end{array} \\ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ \text{c) } 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 2 \\ 6x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -8 \end{array} & \begin{array}{l} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \\ \text{d) } 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{array} \\ [\text{a) } P = \{[2, -4, 3]\}, & \text{b) } P = \{[-1, -3, 0]\}, \quad \text{c) } P = \{[3, 10, 8]\}, \quad \text{d) } P = \{[-3, 1, 2]\} \end{array}$$

4. Vyriešte Gaussovou eliminačnou metódou sústavy lineárnych rovníc:

$$\begin{array}{ll} \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10 \\ \text{a) } 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 14 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{array} & \begin{array}{l} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ \text{b) } 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 2 \end{array} \\ \begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 = 8 \\ \text{c) } 2x_1 - x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + x_3 = 7 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 18 \end{array} & \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ \text{d) } 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 8x_2 - 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 6 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 5 \\ \text{e) } 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = -1 \\ \text{f) } x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 4x_1 + 8x_2 + 11x_3 = 1 \end{array}$$

$$\text{[a) } P = \{[2, -2, 4]\}$$

$$\text{b) } P = \emptyset$$

$$\text{c) } P = \{[3, -1, 4]\}$$

$$\text{d) } P = \emptyset$$

$$\text{e) } P = \left\{ \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2 \right] \right\}$$

$$\text{f) } P = \{[-8 - 2x_2, x_2, 3], x_2 \in R\}$$

5. Vyriešte v R^n dané sústavy lineárnych rovníc Gaussovou eliminačnou metódou:

$$\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - 9x_3 + 4x_4 = 13 \\ \text{a) } 2x_1 - x_2 + 16x_3 - 3x_4 = -7 \\ x_1 + 3x_2 - 16x_3 + 5x_4 = 16 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 7 \\ \text{b) } 3x_1 - 7x_2 + 10x_3 - 9x_4 = 2 \\ 2x_1 - 4x_2 + 9x_3 - 5x_4 = -2 \\ 4x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 4 \\ \text{c) } 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 7x_4 = 9 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 2 \\ \text{d) } 4x_1 - 9x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 3 \\ 3x_1 - 7x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 1 \\ 5x_1 - 11x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 5 \end{array}$$

$$\text{[a) } P = \{[1, 0, 0, 3]\}$$

$$\text{b) } P = \{[2, 3, -1, -3]\}$$

$$\text{c) } P = \left\{ [-2 - 7x_3 + x_4, 3 + 4x_3 - 2x_4, x_3, x_4], x_3, x_4 \in R \right\}$$

$$\text{d) } P = \left\{ [12 - 25x_3 - 30x_4 - 11x_5, 5 - 11x_3 - 13x_4 - 5x_5, x_3, x_4, x_5], x_3, x_4, x_5 \in R \right\}$$

6. Vyriešte v R^n dané homogénne sústavy lineárnych rovníc:

$$\begin{array}{l} x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0 \\ \text{a) } x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ \text{b) } x_2 + x_4 = 0 \\ 4x_1 + 9x_2 + 10x_3 + 15x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ \text{c) } x_1 - x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - 8x_3 - 5x_4 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ \text{d) } 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{array}$$

$$\text{[a) } P = \{[0, 0, 0]\}, \quad \text{b) } P = \{[0, 0, 0, 0]\}, \quad \text{c) } P = \{[-x_3 - x_4, 4x_3 + 3x_4, x_3, x_4], x_3, x_4 \in R\}$$

$$\text{d) } P = \{[x_4, 0, -x_4, x_4], x_4 \in R\}$$