

PROJEKT Z PREDMETU
MODELOVANIE RIZIKA

NEZNÁMY AUTOR
VZOROVÝ PROJEKT

Úvod

Analýza cenných papierov sa zaoberá najmä otázkou rozhodovanie o nákupe alebo predaji daného cenného papiera. Hlavným cieľom investorov je maximalizácia výnosov plynúcich z investovaného kapitálu. Výnos vo všeobecnosti vzniká ako rozdiel predajnej a nákupnej ceny cenného papiera, čiže investor v podstate lacno nakúpi a drahो predá.

Cieľom projektu je analýza vybraných cenných papierov, ich výnosnosti a rizika z hľadiska rôznych prístupov. V prvej časti práce vychádzame z Markowitzovho prístupu a investujeme iba do rizikových aktív. V druhej časti práce pracujeme s portfóliom zahrňujúcim aj bezrizikové aktívum, následne aplikuje Sharpeho prístup k investovaniu do cenných papierov.

1. Výber CP

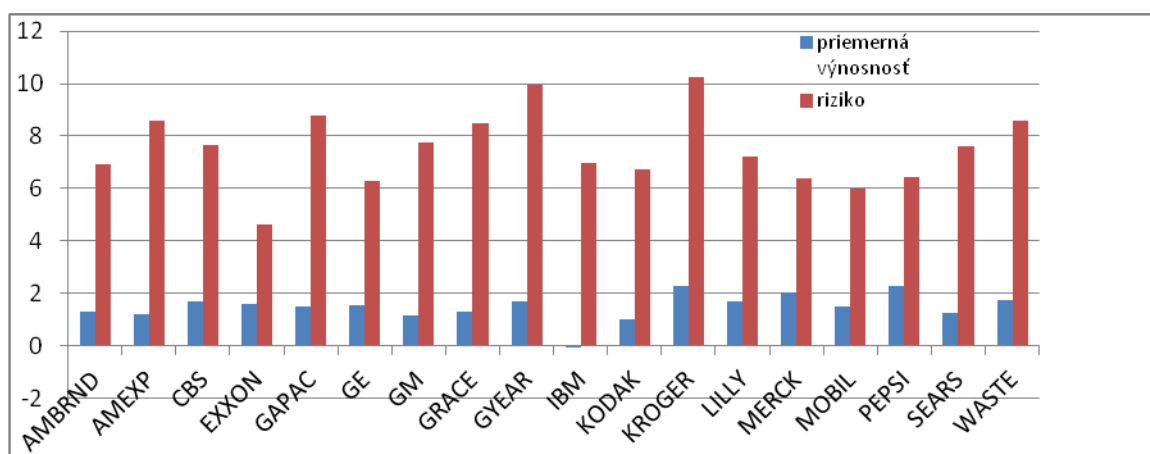
Portfólio predstavuje kolekciu aktív, výrobkov, investovanie do rôznych oblastí. Toto slovo pochádza z francúzštiny a pôvodne znamená „peňaženku s rôznymi priehradkami“.

Cenné papiere sme vybrali na základe posúdenia priemernej výnosnosti cenného papiera a rizika (štandardnej odchýlky) cenného papiera.

Pri zostavovaní nášho portfólia sme sa správali ako investor so sklonom k riziku, čo znamená, že sme vybrali cenné papiere s vysokým rizikom, pričom očakávaný výnos by mal byť pri daných cp takisto čo najvyšší, avšak pri niektorých vybraných cp bol tento výnos nižší ako pri tých, ktoré sme do portfólia nezahrnuli.

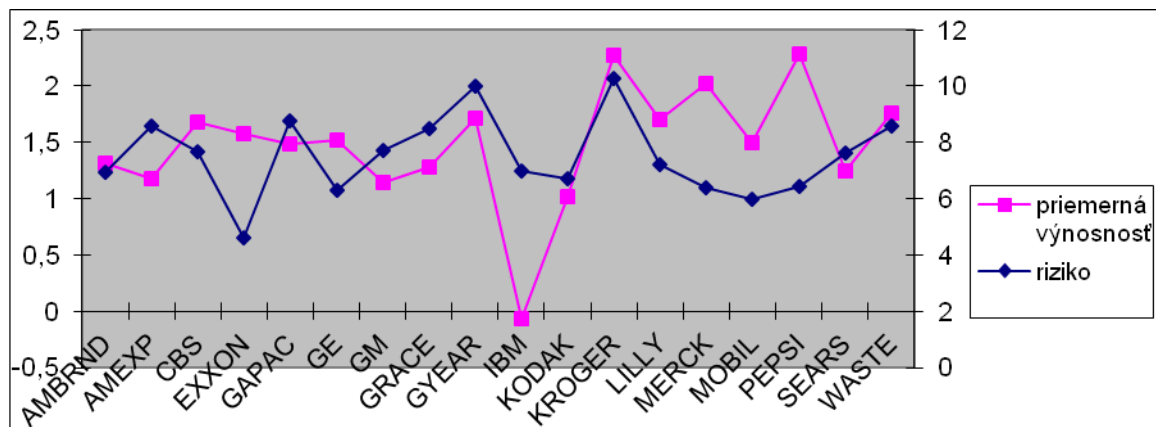
Údaje o vypočítanom riziku a priemerných výnosnostiach sa nachádzajú v nasledujúcich grafoch a tabuľke.

Graf č. 1 Priemerná výnosnosť a riziko portfólia



Zdroj: Vlastné spracovanie

Graf č. 2 Priemerná výnosnosť a riziko portfólia – iný pohľad



Zdroj: Vlastné spracovanie

Tab. č. 1 Vypočítané hodnoty priemernej výnosnosti a rizika portfólia

	priemerná výnosnosť	riziko
AMBRND	1,31184167	6,940208
AMEXP	1,182525	8,598325
CBS	1,67924167	7,674422
EXXON	1,57559167	4,606367
GAPAC	1,486525	8,774286
GE	1,52538333	6,281441
GM	1,146075	7,730817
GRACE	1,27979167	8,492965
GYEAR	1,71579167	9,975228
IBM	-0,067875	6,971523
KODAK	1,01543333	6,727715
KROGER	2,27114167	10,25278
LILLY	1,69993333	7,197425
MERCK	2,02224167	6,393832
MOBIL	1,49645	5,984073
PEPSI	2,283975	6,447874
SEARS	1,24359167	7,617692
WASTE	1,75584167	8,580131

Zdroj: Vlastné výpočty

Na výpočet priemernej výnosnosti cenného papiera sme použili funkciu AVERAGE. Pre výpočet štandardnej odchýlky sme volili funkciu STDEV. Súbor, s ktorým pracujeme, považujeme za výberový, nakoľko pracujeme s mesačnými údajmi a nie dennými, nemáme informácie, či konkrétna hodnota je v prvom dni mesiaca, alebo sa jedná o aritmetický priemer obdobia.

Ako racionálny investor sme ihneď vylúčili možnosť investovania do IBM, nakoľko dosahuje záporný priemerný očakávaný výnos. Výsledné portfólio bolo tvorené nasledujúcimi desiatimi cennými papiermi – AMEXP, CBS, GAPAC, GM, GRACE, GYEAR, KROGER, LILLY, SEARS a WASTE, pri ktorých riziko dosahovalo najvyššie hodnoty, nakoľko sa správame ako investor so sklonom k riziku.

2. Efektívna množina (Markowitzov prístup)

V roku 1952 Harry Markowitz publikoval článok, ktorý sa stal základom modernej teórie portfólia. Racionálny investor sleduje dva protichodné ciele. Hľadá maximálnu očakávanú výnosnosť pri minimálnej miere rizika. Podľa Markowitza tento cieľ dosiahne diverzifikáciou, nákupom niekoľkých cenných papierov miesto jedného. V Markowitzovom prístupe uvažujeme iba s portfóliom n rizikových aktív. V jeho prístupe sa neuvažuje s investovaním do bezrizikového aktíva. Diverzifikáciou je možné dosiahnuť zníženie jedinečného (nesystematického) rizika. Systematické riziko sa diverzifikáciou znížiť nedá.

Následne sme vypočítali efektívnu množinu portfólií. Postup bol nasledovný.

Efektívnu množinu portfólií sme získali z prípustnej množiny portfólií na základe optimalizácie pomocou nástroja Solver. Postupovali sme nasledovne:

- Vypočítali sme priemerné výnosnosti jednotlivých cenných papierov, čím sme dostali očakávané výnosnosti r_i .
- Podiely jednotlivých cenných papierov v portfóliu, ktoré sú potrebné k výpočtu výnosu portfólia budú výsledkom optimalizácie v solveri, pričom ich súčet sa musí rovnať 1.
- Výnos portfólia sme počítali podľa vzorca $r_p = \sum x_i * \bar{r}_i$.
- Pomocou Data Analysis sme si vytvorili kovariančnú maticu, ktorá bola potrebná pre výpočet rizika.
- Pomocou Solvera sme maximalizovali výnos a pri tomto maximálnom výnose sme dostali aj úroveň rizika a podiely jednotlivých cenných papierov.
- Pomocou Solvera sme minimalizovali riziko a pri tomto minimálnom riziku sme dostali aj úroveň výnosu a podiely jednotlivých cenných papierov v portfóliu.
- Zvolili sme konštantu, o ktorú bude riziko rásť z minimálnej úrovne až k úrovni rizika pri maximálnom výnose.

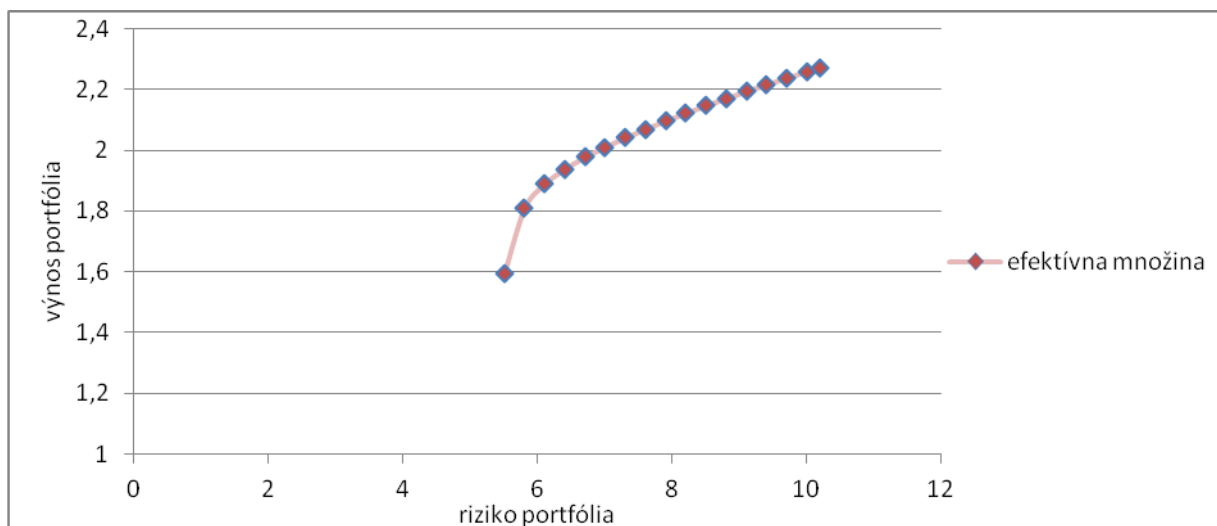
- Podiely jednotlivých cenných papierov sme následne počítali pre konkrétne hodnoty rizika portfólia.
- Minimálne riziko pri investovaní do vybraných cenných papierov bude 5,51 a riziko pri maximálnom výnose 10,2. Maximálny výnos predstavuje hodnotu 2,27 p.j.
- Hodnoty rizík portfólia a výnosov portfólia potom tvorili efektívnu množinu portfólií, kde os x predstavuje riziko a os y výnos portfólia.

Investor pri rozhodovaní sa o výbere portfólia z n rizikových aktív si vyberá z množiny portfólií tie, ktoré poskytujú maximálny očakávaný výnos pri rôznych úrovniach rizika a zároveň poskytujú minimálne riziko pri rôznych úrovniach očakávanej výnosnosti.

Táto množina sa nazýva efektívna.

Na grafe č. 3 vidíme, že sme dospeli naozaj k efektívnej množine, nakoľko je konkávna. Ak by sme z efektívnej množiny portfólií chceli vybrať naše optimálne portfólium, museli by sme do grafu zakresliť všetky naše krivky indiferentnosti a vybrať portfólio, ktoré je bodom dotyku efektívnej množiny s najvyššou vľavo hore položenou krivkou indiferentnosti.

Graf č. 3 Efektívna množina portfólií



Zdroj: Vlastné spracovanie

3. Efektívna množina s investovaním do bezrizikového aktíva

Markowitzov prístup je rozšírený o investovanie nielen do rizikových aktív, ale aj do bezrizikového aktíva. Bezrizikové aktívum je také, ktorého výnos je istý (napr. štátne pokladničné poukážky). Výnos bezrizikového aktíva označujeme ako r_f a je odmenou za čakanie. Výnos rizikových aktív je odmena za znášanie rizika.

Keby boli pre investovanie využité len rizikové cenné papiere, efektívna množina by bola tvorená konkávnou zakrivenou rastúcou čiarou – efektívnou množinou, ktorú sme získali pri Markowitzovom prístupe. Po pridaní bezrizikového aktíva sa stane efektívnou množinou priamka ležiaca vľavo hore, ktorá je dotyčnicou k predchádzajúcej zakrivenej efektívnej množine. Všetky portfólia tejto novej efektívnej množiny sú tvorené kombináciou jedného portfólia n rizikových aktív (optimálne – tangenciálne portfólio) a bezrizikového aktíva. Nová efektívna množina sa nazýva CML (capital market line) – priamka kapitálového trhu. CML predstavuje rovnovážny vzťah medzi očakávanou výnosnosťou a smerodajnou odchýlkou portfólia. Na priamke CML ležia iba efektívne portfólia a neležia na nej samotné cenné papiere, pretože samotný cenný papier nepatrí do efektívnej množiny, ležia pod ňou. Portfóliá ležiace na CML sa líšia v pomeroch investovania do bezrizikového aktíva a n rizikových aktív, majú však jednotnú smernicu K.

Výnos akéhokoľvek portfólia na CML vypočítame podľa vzťahu:

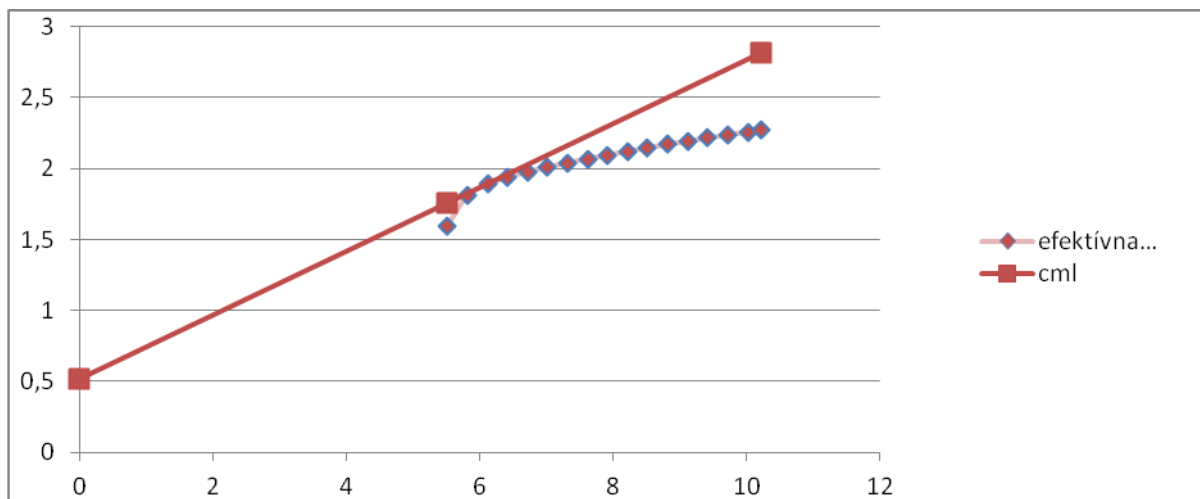
$$r_p = r_f + \left(\frac{r_o - r_f}{\sigma_o} \right) * \sigma_p$$

Pre znázornenie CML priamky bol potrebný výpočet očakávaného výnosu bezrizikového cenného papiera r_f , ktorý sme dostali ako priemernú hodnotu výnosností pokladničných poukážok TBILL. Pomocou Solvera sme následne maximalizovali hodnotu smernice K, ktorá sa vypočíta nasledovne:

$$K = \frac{r_o - r_f}{\sigma_o}$$

Jedinou obmedzujúcou podmienkou pri optimalizácii pomocou Solvera bolo, že súčet podielov jednotlivých cenných papierov v portfóliu sa musí rovnať 1. Keďže konkávnosť je dôležitou vlastnosťou efektívnej množiny, existuje iba jeden bod dotyku medzi krivkami indiferencie a efektívnou množinou.

Graf č. 4 Efektívna množina a priamka kapitálového trhu – CML



Zdroj: Vlastné spracovanie

4. Model CAPM (Sharpeho prístup)

William Sharpe rozvinul model oceňovania kapitálových aktív, nazývaný CAPM. Tento model rozkladá celkové riziko portfólia na systematické (nediverzifikovateľné) a jedinečné (špecifické) riziko. Systematické riziko je riziko spôsobené trhom, pôsobí na všetky cenné papiere a nedá sa odstrániť diverzifikáciou, vyplýva z celkového ekonomického vývoja a postihuje všetky zúčastnené subjekty. Jedinečné riziko je diverzifikovateľné a predstavuje tú časť rizika, ktorá je charakteristická pre každý podnik. Jedinečné riziko nesie so sebou konkrétne zvolené aktívum. CAPM dáva do súvislosti výnos z aktíva so systematickým rizikom.

Model CAPM platí len za predpokladu dodržania určitých (často nereálnych) podmienok:

- Investori sú rizikovo averzní, ktorí sa snažia maximalizovať úžitok ku koncu zvoleného obdobia. Z tejto charakteristiky vyplýva, že model je modelom jedného obdobia.
- Očakávania výnosovej miery investorov sú homogénne. Z tejto charakteristiky vyplýva, že všetci investori volia z rovnakej množiny príležitostí, pričom všetci majú rovnaký prístup k informáciám.
- Výnosy majú normálne rozloženie.
- Existuje bezrizikové aktívum a investori môžu nakúpiť alebo predat ľubovoľné množstvo tohto aktíva za tzv. bezrizikovú výnosovú mieru.

- Existuje len konečný počet aktív množstvo každého je obmedzené v rámci jedného cyklu.
- Funguje perfektný trh a perfektná konkurencia, pričom každé aktívum je dobre deliteľné.
- Informácie sú zdarma a sú dostupné každému za rovnakých podmienok a v rovnakom čase

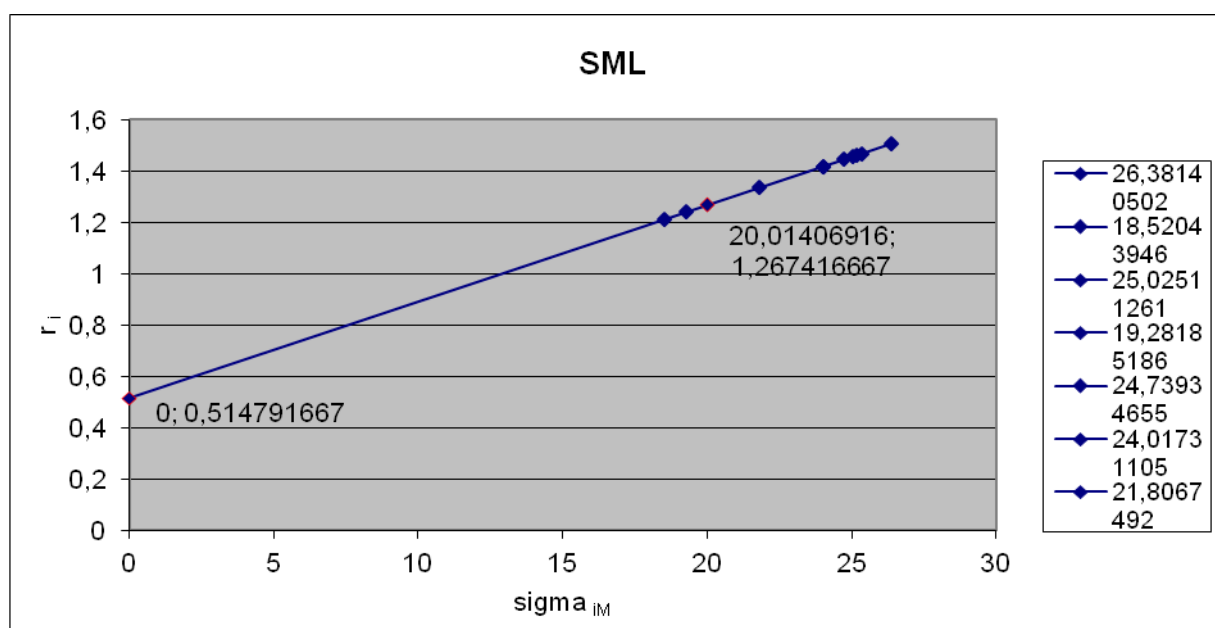
Grafickým zobrazením výsledkov z modelu CAMP dostávame priamku trhu cenných papierov – priamku SML, ktorá predstavuje vzťah medzi kovarianciou a očakávanou výnosnosťou.

Aby sme dospeli k danej priamke je potrebný výpočet kovariancie CP s trhovým portfóliom σ_{iM} , ktorý vypočítame pomocou funkcie COVAR. Rovnovážny vzťah medzi rizikom a výnosnosťou možno potom zapísať nasledovne:

$$\bar{r}_i = r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \right] \sigma_{iM}$$

Na základe tohto vzťahu potom získame priamku SML, ktorá je znázornená na nižšie uvedenom grafe č. 5.

Graf č. 5 Priamka SML



Vyznačené body na grafe sú zaujímavé z toho dôvodu, že ak rizikový CP so σ_{iM} sa rovná 0, tak jeho očakávaná výnosnosť bude rovná sadzbe za bezrizikový CP r_f . (bod 0;0,514) Druhý vyznačený bod zas znázorňuje zistenie, že rizikový CP so σ_{iM} rovnajúcej sa σ_M^2 bude mať očakávanú výnosnosť zhodnú s očakávanou výnosnosťou trhového portfólia r_M a to z toho dôvodu, že tento CP prispieva priemernou hodnotou k riziku trhového portfólia. (bod 20,014;1,267)

Iným spôsobom vyjadrenia priamky SML je riziko merané pomocou beta faktoru, ktorý vyjadruje nasledujúci vzťah:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i$$

Beta verzia SML je len alternatívnou verziou SML priamky, preto aj grafické znázornenie je rovnaké ako to možno vidieť aj na grafe č. 6. Rozdiel je len vo výpočte smernice, zatiaľ čo lokujúca konštanta je rovnaká.

Klasifikácia CP podľa β_i :

$\beta > 1$ – agresívne (ofenzívne) cenné papiere – CP reaguje citlivejšie na zmeny na trhu

$\beta < 1$ – defenzívne cenné papiere

$\beta = 1$ – výnosnosť CP je rovnaká ako výnosnosť trhu

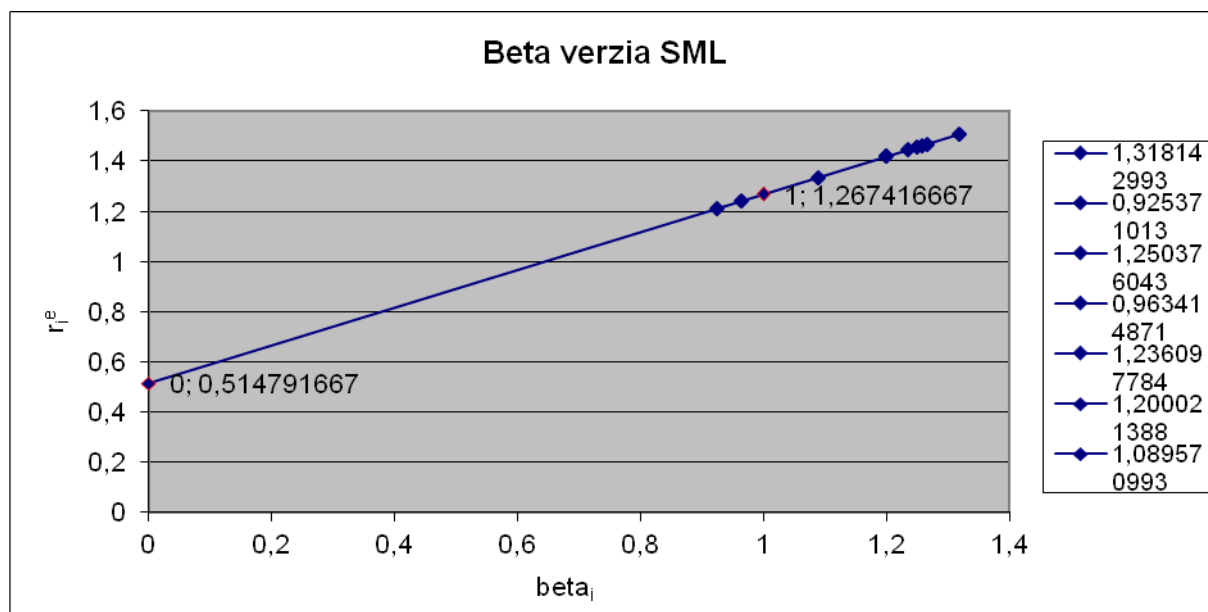
$\beta < 0$ – CP znižujú riziko portfólia, ale sú spojené aj s nízkou výnosnosťou, tzn. β môže byť aj záporné.

Tab. č. 2 Hodnoty β_i

CP	beta i
AMEXP	1,318143
CBS	0,925371
GAPAC	1,250376
GM	0,963415
GRACE	1,236098
GYEAR	1,200021
KROGER	1,089571
LILLY	1,20008
SEARS	1,257158

Červenou farbou sú znázornené agresívne CP, u ktorých hodnota β_i je väčšia ako 1 a modrou farbou sú znázornené defenzívne CP, kde hodnota β_i je menšia ako 1.

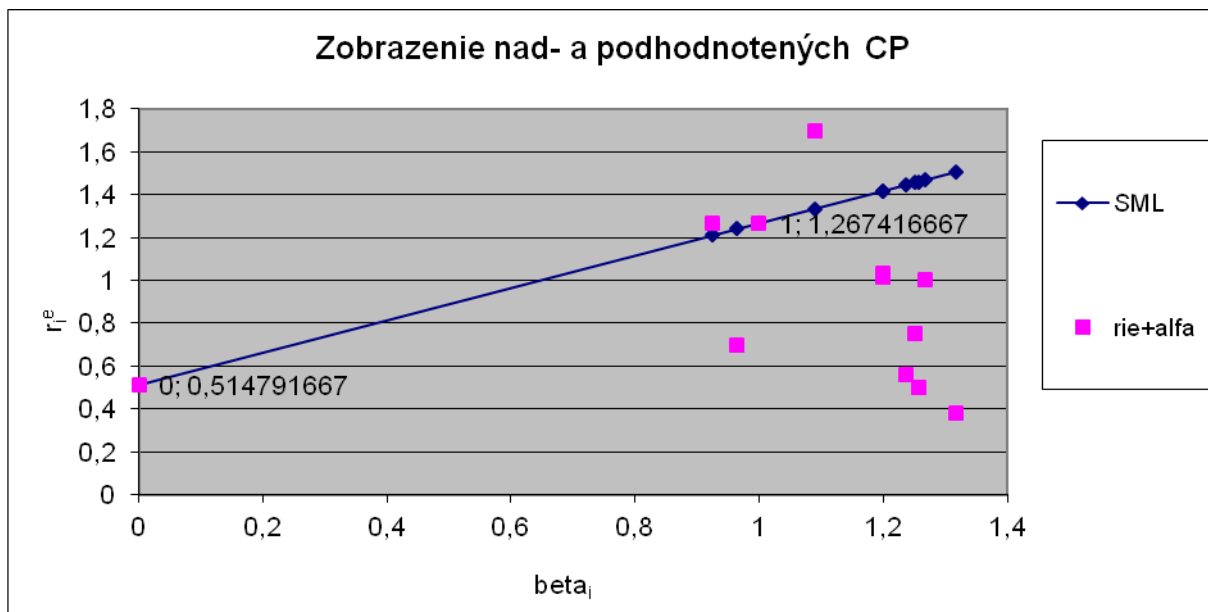
Graf č. 6 Alternatívna verzia priamky SML



Zdroj: Vlastné spracovanie

Pri rovnováhe na trhu sú CP oceňované rovnovážne. Nerovnováha na trhu znamená, že jednotlivé CP nie sú rovnovážne oceňované. Mieru nadhodnotenia alebo podhodnotenia CP udáva hodnota α_i , ktorá vyjadruje mieru nerovnováhy na trhu a je indikátorom toho, či sú CP správne oceňované. Pomocou priamky SML možno rozdeliť CP na nadhodnotené a podhodnotené (viď graf č. 7). CP nachádzajúce sa nad priamkou SML sú podhodnotené a pod priamkou sú cenné papiere nadhodnotené.

Graf č. 7 Priamka SML nad-, resp. podhodnotené CP



Zdroj: Vlastné spracovanie

Klasifikácia cenných papierov podľa α_i :

$\alpha_i > 0$ - CP podhodnotený (očakávaná výnosnosť CP skutočná je $>$ ako ekvilibriálna, CP je predávaný lacno)

$\alpha_i < 0$ - CP nadhodnotený (očakávaná výnosnosť CP skutočná je $<$ ako ekvilibriálna, CP je predávaný draho)

$\alpha_i = 0$ - CP správne ohodnotený

Tab. č. 3 Hodnoty α_i

CP	α_i
AMEXP	-1,12769
CBS	0,057413
GAPAC	-0,70492
GM	-0,54243
GRACE	-0,88662
GYEAR	-0,3874
KROGER	0,361532
LILLY	-0,40336
SEARS	-0,95974
WASTE	-0,46486

Zdroj: Vlastné výpočty

Červenou farbou sú označené CP, ktoré sú nadhodnotené, nakoľko hodnoty α_i nadobúda záporné hodnoty a na grafe sa nachádzajú pod priamkou SML. Modrou farbou sú označené CP, ktoré sú podhodnotené a nachádzajú sa nad priamkou SML. Pre investora sú lepšie podhodnotené CP, nakoľko ich skutočná výnosnosť je vyššia ako ekvilibriálna, čo na druhej strane znamená, že je CP predávaný lacno.

5. Porovnanie efektívnej množiny a podielov cenných papierov v bode M pri Markovitzovom a Sharpeho prístupe

Portfólia ležiace na priamke CML a zároveň na priamke SML predstavujú efektívne portfólia, ale portfólia ležiace len na priamke SML sú neefektívne.

Bod M predstavuje portfólio tvorené výhradne rizikovými aktívami, ktoré je skutočne jediným portfóliom, ktoré je spoločné ako pre zakrivenú efektívnu množinu, tak pre lineárnu efektívnu množinu. Pri Markowitzovom prístupe sa bod M nachádza v mieste dotyku efektívnej zakrivenej množiny a priamky CML, pri Sharpeho prístupe v mieste dotyku efektívnej zakrivenej množiny a priamky SML.

Tab. č. 4 Porovnanie výnosu a rizika portfólia z hľadiska daných prístupov

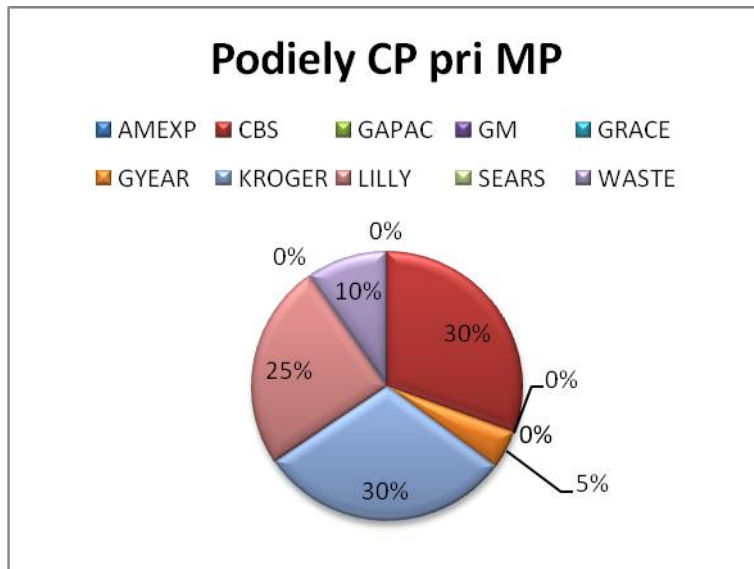
prístup	Výnos portfólia	Riziko portfólia
MP	1,873869	6,040796
SP	1,608501	2,74762

Zdroj: Vlastné výpočty

Z vyššie uvedenej tabuľky č. 4 vidíme, že výnos portfólia pri Markowitzovom prístupe, ktorý nadobudol hodnotu 1,873 p.j., bol vyšší o 0,26 p.j. v porovnaní s výnosom pri Sharpeho prístupe, kde bol na úrovni 1,608 p.j.. Avšak aj riziko portfólia bolo oveľa vyššie u Markowitzovom prístupe a to až o 3,29 p.j. než pri Sharpeho prístupe. Z toho vyplýva, že v prípade Sharpeho prístupu, kedy sa v portfóliu nachádzalo viac CP, bolo riziko menšie, teda efekt z diverzifikácie bol vyšší.

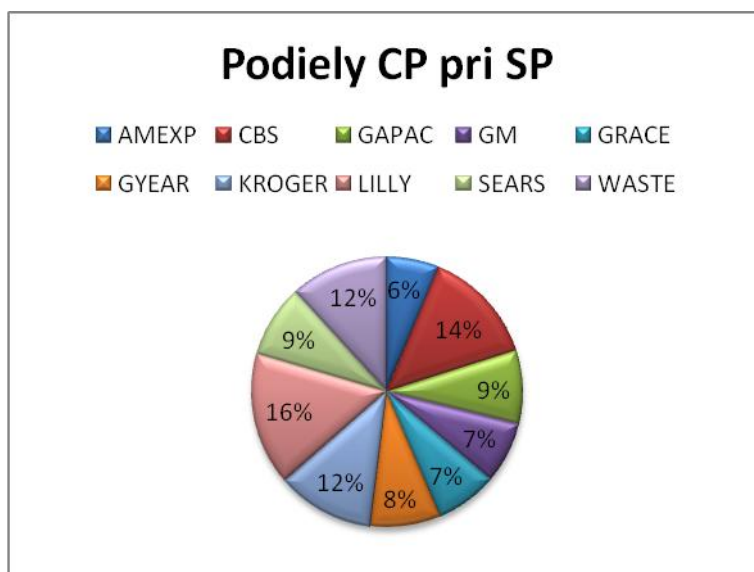
Porovnanie podielov cenných papierov v bode M pri jednotlivých prístupoch

Graf č. 8 Podiely cenných papierov pri Markowitzovom prístupe



Zdroj: Vlastné spracovanie

Graf č. 9 Podiely cenných papierov pri Sharpeho prístupe



Zdroj: Vlastné spracovanie

Z vyššie uvedených grafov je zrejmé, že pri Markowitzovom prístupe okrem CP, ktorými sú CBS, GYEAR, KROGER, LILLI a WASTE, majú ostatné CP nulový podiel na trhovom portfóliu. Pričom najväčšou mierou sa podieľa CP CBS a KROGER až 30-timi percentami. (graf č. 8) V prípade Sharpeho prístupu sa na trhovom portfóliu podieľajú všetky

CP papiere a to najväčšou mierou CP LILLY až 16-timi percentami, potom CBS (14%), WASTE a KROGER 12-timi percentami. (graf č. 9)