

CENOVÝ MODEL KAPITÁLOVÝCH AKTIV

Kapitoly 6 a 7 prezentovaly metodu určení investorova optimálního portfolia. Při použití této metody musí investor odhadnout očekávané výnosnosti a rozptyly všech uvažovaných cenných papírů. Navíc musí odhadnout kovariance mezi těmito cennými papíry a odhadnout také bezrizikovou sazbu. Potom může najít skladbu tangenciálního portfolia a rovněž jeho očekávanou výnosnost a směrodatnou odchylku. V tomto stadiu může investor určit své optimální portfolio, když zaznamená bod, kde se jedna z jeho křivek indiference dotýká efektivní množiny (ale neprotíná ji). Toto portfolio bude vyžadovat investování do tangenciálního portfolia a určité množství bezrizikového vypůjčení nebo investování, neboť efektivní množina je lineární (tj. je to přímka).

Tento přístup k investování může být chápán jako cvičení v *normativní ekonomii*, kde se investorům říká, co mají dělat. Je to tedy přístup svou podstatou předepisující. V této kapitole vstupujeme do světa *pozitivní ekonomie*, kde je prezentován *popisný model* stanovení cen kapitálových aktiv. Ten mimo jiné předpokládá, že všichni investoři používají přístup k investování vyložený v kapitolách 6 a 7. Hlavním důsledkem tohoto modelu je, že očekávaná výnosnost aktiva je dána od souvislosti s mírou rizika daného aktiva, která je známa jako beta. Přesný způsob, jakým jsou očekávaná výnosnost a beta svázány, je určen *modelem stanovení cen kapitálových aktiv* (capital asset pricing model – CAPM).¹

Tento model je myšlenkovým základem řady běžných praktik v odvětví investic. I když mnoho těchto praktik je ve skutečnosti založeno na různých rozšířeních a modifikacích CAPM, je pro jejich pochopení potřebné porozumění původní verzi. Proto tato kapitola uvádí původní verzi CAPM.²

8.1 PŘEDPOKLADY

Abychom pochopili, jak se stanovují ceny, musí být zkonstruován model (tj. teorie). To vyžaduje zjednodušení v tom smyslu, že tvůrce modelu musí abstrahovat od plné složitosti

¹ Zasluzhy o počáteční vývoj CAPM jsou obvykle připisovány Williamu F. Sharpovi, „Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk“, *Journal of Finance* 19, No.3 (September 1964): 425–442; Johnu Lintner, „The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets“, *Review of Economics and Statistics* 47, No.1 (February 1965): 13–37 a „Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification“, 20, No.4 (December 1965): 587 – 615; a Janu Mossin, „Equilibrium in a Capital Asset Market“, *Econometrica* 34, No.4 (October 1966): 768–83. Důležitý příspěvek také napsal Eugen F. Fama v „Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments“, *Journal of Finance* 23, No.1 (March 1968): 29–40, kde došlo ke smíšení Sharpova a Lintnerova článku.

² Některé rozšířené verze CAPM jsou vyloženy v Dodatku A. Podrobnější zpracování naleznete v kapitole 8 knihy Gordon J. Alexander a Jack Clark Francis, *Portfolio Analysis* (Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1986).

situace a soustředit se pouze na nejdůležitější prvky. Způsob, jakým toho dosahuje, je formulováním *předpokladů* o prostředí. Tyto předpoklady musejí být zjednodušující, aby poskytl potřebný stupeň abstrakce, jenž dovolí určitou úspěšnost při stavbě modelu. „Rozumnost“ předpokladů (nebo její nepřítomnost) není důležitá. Důležitost modelu je v jeho schopnosti pomáhat pochopit a předvídat modelovaný proces. Jak uvedl Milton Friedman, laureát Nobelovy ceny za ekonomii za rok 1976, ve své slavné esejí:

- ☐ Důležitá otázka, kterou si v souvislosti s „předpoklady“ teorie musíme položit, je, nikoliv zda jsou dostatečně „realistické“, ale zda jsou dostatečně dobrou aproximací účelu, pro který byly učiněny. A tato otázka může být zodpovězena pouze ověřením funkčnosti teorie, což znamená, zda teorie dává dostatečně přesné předpovědi.³

Některé z předpokladů CAPM byly učiněny také při normativním přístupu k investování, který byl popsán v předchozích dvou kapitolách. Byly to následující předpoklady:

1. Investoři ohodnocují svá portfolia podle jejich očekávané výnosnosti a směrodatné odchylky při horizontu jednoho období.
2. Investoři nejsou nikdy nasyceni a když si mohou vybrat mezi dvěma jinak shodnými portfolii, vyberou si to, které má vyšší očekávanou výnosnost.
3. Investoři mají odpor k riziku a když mají možnost výběru mezi jinak shodnými portfolii, vyberou si takové, které má menší směrodatnou odchylku.
4. Jednotlivá aktiva jsou nekonečně dělitelná, což znamená, že investor může koupit zlomek akcie, jestliže si to přeje.
5. Existuje bezriziková sazba, při které může investor půjčovat (tj. investovat) nebo si vypůjčovat peníze.
6. Daně a transakční náklady jsou zanedbány.

K těmto předpokladům jsou přidány následující:

7. Všichni investoři mají stejný horizont jednoho období.
8. Bezriziková sazba je pro všechny investory stejná.
9. Informace jsou volně a okamžitě dostupné všem investorům
10. Investoři mají *homogenní očekávání*, což znamená, že mají stejné postoje, pokud jde o očekávané výnosnosti, směrodatné odchylky a kovariance cenných papírů.

Jak je z přehledu těchto předpokladů zřejmé, CAPM redukuje situaci na mezní případ. Všichni mají stejné informace a jsou ve shodě, pokud jde o budoucí vyhlídky cenných papírů. Implicitně to znamená, že investoři analyzují a zpracovávají informace stejným způsobem. Trhy s cennými papíry jsou *dokonalé*, což znamená, že nedochází k žádnému „tření“, které by bránilo investování; potenciální překážky jako konečná dělitelnost, daně, náklady na transakce a různé sazby pro vypůjčování a zapůjčování byly pomocí předpokladů vyloučeny. To dovolí přesunout pozornost od toho, jak by měl jednotlivec investovat, k tomu, co se stane s cenami cenných papírů, když budou všichni investovat podobným způsobem. Ze zkoumání kolektivního chování všech investorů na trhu může být odvozena podstata výsledného rovnovážného vztahu mezi rizikem a výnosností každého cenného papíru.

³ Milton Friedman, *Essays in the Theory of Positive Economics*, Chicago, The University of Chicago Press, 1953, 15.

8.2 PŘÍMKA KAPITÁLOVÉHO TRHU

□ 8.2.1 Separační teorém

Po učinění těchto předpokladů můžeme nyní vyšetřovat z nich vyplývající důsledky. Za prvé, investoři budou analyzovat cenné papíry a určí skladbu tangenciálního portfolia. Při této činnosti *všichni dostanou stejné tangenciální portfolio*. To není překvapující, protože mezi investory panuje úplná shoda, pokud jde o odhady očekávaných výnosností cenných papírů a jejich rozptyly, kovariance a velikost bezrizikové sazby. To také znamená, že lineární efektivní množina (popsaná v kapitole 7) je shodná pro všechny investory, protože využívá kombinací tangenciálního portfolia s bezrizikovou sazbou.

Poněvadž všichni investoři mají k dispozici stejnou efektivní množinu, jediným důvodem, proč si zvolí různá portfolia je, že mají různé křivky indiference. Různí investoři si tedy vyberou různá portfolia ze stejné efektivní množiny, protože mají různé postoje k riziku a výnosnosti. Například na obr. 7.15 bylo ukázáno, že investor v části (a) si vybere jiné portfolio než investor v části (b). I když se budou vybraná portfolia lišit, *všichni investoři si vyberou stejnou kombinaci rizikových cenných papírů* označenou na obr. 7.16 písmenem *T*. To znamená, že každý investor rozdělí své fondy mezi rizikové cenné papíry ve stejných vzájemných proporcích a přidá bezrizikové vypůjčování nebo zapůjčování, aby dosáhl osobně preferované celkové kombinace výnosnosti a rizika. Tato vlastnost CAPM je často označována jako *separační teorém*:

Optimální kombinace rizikových cenných papírů může být stanovena bez jakékoliv znalosti investorových postojů k riziku a výnosnosti.

Jinými slovy, optimální kombinaci rizikových cenných papírů můžeme stanovit odděleně od určení tvaru investorových křivek indiference.

Argumentace pro separační teorém se opírá o vlastnost lineární efektivní množiny, která byla zavedena v kapitole 7. Tam bylo ukázáno, že všechna portfolia umístěná na lineární efektivní množině sestávala z kombinace investic do tangenciálního portfolia a různých stupňů bezrizikového vypůjčování nebo zapůjčování. Při použití CAPM budou mít všichni stejnou lineární efektivní množinu, tzn. všichni budou investovat do stejného tangenciálního portfolia (kombinovaného s určitým množstvím buď bezrizikového vypůjčování nebo zapůjčování v závislosti na osobních křivkách indiference). Odtud plyne, že riziková část portfolia každého jednotlivce bude stejná.

V příkladu z kapitoly 7 byly uvažovány tři cenné papíry odpovídající kmenovým akciím společností Able, Baker a Charlie. Bylo ukázáno, že při bezrizikové úrokové sazbě 4% bylo tangenciální portfolio *T* tvořeno investicemi do Able, Baker a Charlie po řadě v proporcích 0,12, 0,19 a 0,69. Kdybychom učinili deset předpokladů CAPM, potom by investor zobrazený v části (a) obrázku 7.16 investoval asi polovinu svých peněz do bezrizikového aktiva a zbytek do *T*. Investor zobrazený v části (b) obrázku 7.16 by si na druhé straně vypůjčil částku rovnou asi polovině svého počátečního bohatství a investoval by tento výtěžek spolu se svým počátečním bohatstvím do *T*.⁴ Poměr částek investovaných do tří akcií by byl tedy u investorů (a) a (b) byl stejný:⁵

⁴ Kdyby měl investor počáteční bohatství \$40.000, znamenalo by to, že by si vypůjčil \$20.000 a potom investoval \$60.000 (\$40.000 + \$20.000) in *T*.

⁵ Všimněte si, že proporce těchto tří akcií dávají součet 0,5 pro investora v části (a) a 1,5 pro investora v části (b). Protože odpovídající proporce bezrizikové sazby jsou 0,5 a -0,5, je součet agregovaných proporcí akcií a bezrizikové sazby roven 1,0 u obou investorů.

$$(0,5) \times \begin{bmatrix} 0,12 \\ 0,19 \\ 0,69 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,060 \\ 0,095 \\ 0,345 \end{bmatrix} \text{ u investora v části (a)}$$

$$(1,5) \times \begin{bmatrix} 0,12 \\ 0,19 \\ 0,69 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,180 \\ 0,285 \\ 1,035 \end{bmatrix} \text{ u investora v části (b)}$$

I když proporce investované do každého ze tří rizikových cenných papírů investora v části (a) (0,060, 0,095, 0,345) vypadají jinak než velikosti hodnot u investora v části (b) (0,180, 0,285, 1,035), relativní proporce jsou shodné a jsou rovny po řadě 0,12, 0,19 a 0,69.

□ 8.2.2 Tržní portfolio

Jinou důležitou vlastností CAPM je, že v rovnovážném bodě musí mít každý cenný papír nenulový podíl na skladbě tangenciálního portfolio. To znamená, že v rovnovážném bodě nemůže být podíl žádného cenného papíru na portfolio T roven nule. Argumentace pro tuto vlastnost se opírá o dříve zmíněný separační teorém, v němž se tvrdilo, že riziková část každého investorského portfolio je nezávislá na postojích investora k výnosnosti a riziku. Zdůvodnění teorému spočívalo v tom, že riziková část portfolio každého investora je jednoduše investicí do tangenciálního portfolio. Kdyby každý investor nakupoval T a T nezahrnovalo investování do všech cenných papírů, potom by nikdo neinvestoval do těch cenných papírů, které by měly na portfolio T nulový podíl. To by znamenalo, že ceny cenných papírů s nulovým podílem by musely poklesnout a tím by docházelo k nárůstu očekávané výnosnosti těchto cenných papírů tak dlouho, dokud by jim nebyla přidružena nenulová proporce.

V předchozím příkladu měla Charlie aktuální cenu \$62 a očekávanou cenu na konci období \$76,14. To znamená, že očekávaná výnosnost Charlie byla $(\$76,14 - \$62)/\$62 = 22,8\%$. Nyní si představme, že aktuální cena Charlie je \$72 a ne \$62, což znamená, že očekávaná výnosnost by byla $(\$76,14 - \$72)/\$72 = 5,8\%$. Kdyby tomu tak bylo, tangenciální portfolio spojené s bezrizikovou sazbou 4% by obsahovalo jen Able a Baker v poměru 0,90 a 0,10.⁶ Protože Charlie měla nulový podíl na portfolio, nikdo by akcie Charlie nechtěl vlastnit. V důsledku toho by následovala řada pokynů k prodeji Charlie bez prakticky žádných kompenzujících pokynů ke koupi. Výsledkem by byl pokles cen Charlie, když by se makléři snažili nalézt někoho, kdo by tyto akcie koupil. Při poklesu cen Charlie by však vzrostla očekávaná výnosnost, protože na konci období je předpovídána stejná cena \$76,14 a nyní by akcie stála méně. Při poklesu cen by investoři změnili svůj názor a chtěli by kupovat akcie Charlie, takže by se v agregované podobě počet nabízených a žádaných akcií rovnal. V rovnovážném bodu by tedy měla Charlie nenulový podíl na tangenciálním portfolio.

Mohla by také nastat jiná zajímavá situace. Co kdyby se všichni investoři domnívali, že tangenciální portfolio by mělo obsahovat proporcionální podíl akcií Baker 0,40, ale při aktuální ceně Baker by nebylo dostatečné množství akcií na pokrytí poptávky? Za této situace by vznikla záplava pokynů ke koupi a makléři by zvýšili cenu ve snaze najít prodávající. To by způsobilo pokles očekávané výnosnosti Baker a tím by se stala méně atraktivní. Tak by se snížil její podíl v tangenciálním portfolio až na úroveň, kdy se vyrovná počet poptávaných akcií s počtem nabízených.

⁶ Ačkoliv očekávaná výnosnost Charlie se změnila, předpokládáme, že všechny rozptyly a kovariance, stejně jako očekávaná výnosnost Able a Baker mají stejné hodnoty, jaké měly v kapitole 7. Jediná změna v očekávané výnosnosti Charlie mění nejen skladbu tangenciálního portfolio, ale obecněji i umístění a tvar efektivní množiny.

Nakonec se vše vyrovná. Když se veškerá vyrovnávání cen zastaví, dostane se trh do rovnovážného stavu. Za prvé, každý investor bude chtít vlastnit určité množství každého rizikového cenného papíru. Za druhé, aktuální tržní ceny každého cenného papíru budou na úrovni, kdy počet akcií každého poptávaného cenného papíru se vyrovnává s počtem nabízených akcií.⁷ Za třetí, bezriziková sazba bude na úrovni, kdy celkové množství vypůjčených peněz se rovná poptávanému množství. Výsledkem budou poměry tangenciálního portfolia, které budou odpovídat proporcím, které jsou známy jako tržní portfolio definované následovně:

Tržní portfolio je portfolio, které je tvořeno investicemi do všech cenných papírů v takovém poměru, že proporce investovaná do jednotlivého cenného papíru odpovídá jeho relativní tržní hodnotě. Relativní tržní hodnota cenného papíru je rovna agregované tržní hodnotě cenného papíru dělené sumou agregovaných tržních hodnot všech cenných papírů.

Důvodem, proč tržní portfolio hraje ústřední roli v CAPM, je skutečnost, že efektivní množina je tvořena investicí do tržního portfolia spojenou s požadovaným množstvím bezrizikového vypůjčení nebo zapůjčení. Je tedy všeobecnou praxí odvolávat se na tangenciální portfolio jako na tržní portfolio a označovat ho *M* (market) místo *T* (tangency). V teorii se *M* skládá nejen z kmenových akcií, ale také z obligací, preferenčních akcií a realit. V praxi však mnoho lidí omezuje *M* pouze na kmenové akcie.

I když kvalita tržního portfolia není v denním tisku oznamována, jsou k dispozici indexy, které měří kvalitu jeho hlavních komponent. Jedním z nejznámějších je Standard & Poor's 500 Stock Price Index (obecně označovaný jako S&P 500), hodnotově vážený průměr tržních cen 500 velkých akcií. Protože cena každé akcie je vážena relativní tržní hodnotou nabízených akcií a protože obsahuje i základní akcie s velkou tržní hodnotou, reprezentuje tento index kvalitu segmentu kmenových akcií tržního portfolia velmi dobře.

Úplné pokrytí akcií kotovaných na New York Stock Exchange provádí NYSE Composite Index, který se podobá S&P500 v tom, že je to hodnotově vážený index cen akcií, ale je širší v tom smyslu, že uvažuje více akcií. American Stock Exchange vypočítává pro kotované akcie podobný index a National Association of Security Dealers poskytuje hodnotově vážený index cen akcií obchodovaných na třetím trhu pomocí NASDAQ systému. The Wilshire 5000-stock index je nejhutnějším indexem cen kmenových akcií, který je ve Spojených státech pravidelně publikován, a reprezentuje tedy více než jakýkoliv jiný index celkovou kvalitu amerických kmenových akcií.⁹

Bezpochyby nejrozšířenějším tržním indexem je Dow Jones Industrial Average (DJIA). I když je založen na kvalitě pouze 30 akcií a používá méně uspokojivý postup průměrování, poskytuje DJIA alespoň dobrý přehled o tom, co se děje s hodnotami kmenových akcií.¹⁰ Tabulka 8.1 uvádí seznam 30 akcií, jejichž ceny se odrážely v DJIA.

⁷ V této situaci se říká, že trh cenného papíru je vyrovnaný.

⁸ Agregovaná tržní hodnota kmenových akcií společnosti je rovna aktuální tržní ceně akcie krát počet existujících akcií.

⁹ Existuje řada dalších indexů cen kmenových akcií, které jsou běžně oznamovány v denním tisku. Mnoho z nich tvoří součást hlavních indexů. Například *The Wall Street Journal* oznamuje denně nejen S&P 500, ale také úroveň Standard & Poor's Industrials, Transportations, Utilities a Financials. Tyto čtyři poslední indexy odrážejí chování zvláštních sektorů trhu cenných papírů. Jejich komponenty, celkem 500 akcií, vytvářejí S&P 500. Podrobnější výklad indexů trhu cenných papírů je v kapitolech 21 a 24.

¹⁰ Charles Dow začal s tímto indexem v roce 1884 jednoduchým sečtením cen 11 společností a vydělením součtu 11. V roce 1928 byl přidán další cenný papír až do celkového počtu 30 a od té doby se skladba těchto 30 společností periodicky mění. Díky dividendám a štěpení akcií není dělitel již dlouho pouhým součtem počtu akciových společností v indexu skladby tangenciálního portfolia, ale obecněji i umístění a tvar efektivní množiny.

TABULKA 8.1

Akcie v Dow Jones Industrial Average na konci roku 1988.

Allied-Signal
Alcoa
American Express
American Telephone & Telegraph
Bethlehem Steel
Boeing
Chevron
Coca-Cola
DuPont
Eastman Kodak
Exxon
General Electric
General Motors
Goodyear Tire
IBM
International Paper
McDonald's
Merck
Minnesota Mining & Manufacturing
Navistar
Philip Morris
Primerica
Procter & Gamble
Sears Roebuck
Texaco
USX
Union Carbide
United Technologies
Westinghouse
Woolworth

ZDROJ: Upraveno z *Wall Street Journal*, Dow Jones & Company, Inc., (January 30, 1989): C3.

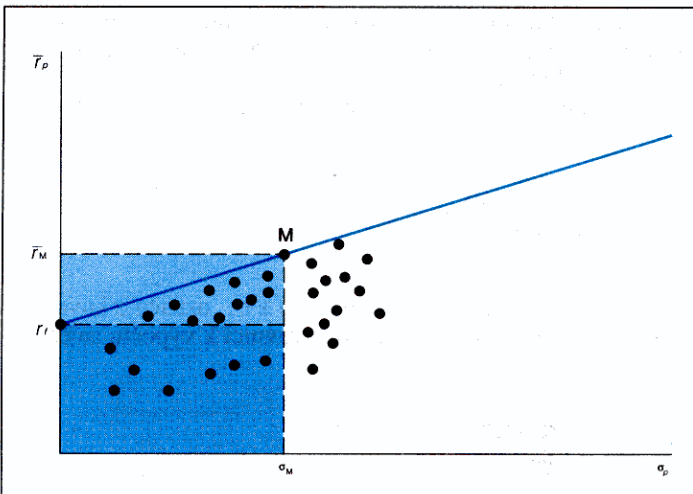
8.2.3 Efektivní množina

Ve světě CAPM je jednoduché určit vztah mezi rizikem a výnosností efektivních portfolií. Obrázek 8.1 to znázorňuje graficky. Bod M reprezentuje tržní portfolio a r_f představuje bezrizikovou úrokovou sazbu. Graf efektivních portfolií je přímka začínající v r_f a procházející M . Tato přímka je tvořena různými kombinacemi rizika a výnosnosti získanými kombinováním tržního portfolia s bezrizikovým vypůjčením nebo zapůjčením. Tato lineární efektivní množina CAPM je známa jako *přímka kapitálového trhu* (capital market line – CML). Všechna portfolia, která by používala jiné než tržní portfolio a bezrizikové vypůjčení a zapůjčení, by ležela pod CML, i když některá by mohla ležet ve velice těsné blízkosti.

Směrnice CML je rovna rozdílu mezi očekávanou výnosností tržního portfolia a očekávanou výnosností bezrizikového cenného papíru $\bar{r}_M - r_f$ dělenému rozdílem jejich rizik $\sigma_M - 0$ neboli $(\bar{r}_M - r_f)/\sigma_M$.¹¹ Protože bod určující přímku CML na svislé ose je r_f , má přímka charakterizující CML následující rovnici:

$$\bar{r}_p = r_f + \sigma_p \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \right] \quad (8.1)$$

¹¹ Směrnice přímky se dá určit, když je známa poloha dvou bodů ležících na přímce. Určuje se dělením svislé vzdálenosti a vodorovné vzdálenosti mezi těmito body. V případě CML jsou tyto dva body známy a odpovídají bezrizikové sazbě a tržnímu portfoliu. Směrnice tedy může být tímto způsobem stanovena.



OBRÁZEK 8.1
 Přímka kapitálového trhu.

kde $\bar{r}_p$ a σ_p označují očekávanou hodnotu a směrodatnou odchylku efektivního portfolia.¹² V předchozím příkladu bylo tržní portfolio přiřazené bezrizikové sazbě 4% tvořeno akciemi Able, Baker a Charlie v proporcích 0,12, 0,19 a 0,69. Protože v kapitole 7 bylo ukázáno, že očekávaná výnosnost a směrodatná odchylka tohoto portfolia byly po řadě 22,4% a 15,2%, je výsledná rovnice CML:

$$\begin{aligned} \bar{r}_p &= 4 + \left[\frac{22,4 - 4}{15,2} \right] \sigma_p \\ &= 4 + 1,21 \sigma_p . \end{aligned}$$

Rovnováhu na trhu cenných papírů můžeme charakterizovat dvěma klíčovými čísly. Jedno je rovno úseku na svislé ose CML (tj. bezrizikové sazby), a je často nazýváno odměnou za čekání. Druhé je rovno směrnici CML a je často nazýváno odměnou za jednotku rizika. V podstatě je trh cenných papírů místem, kde s časem a rizikem může být obchodováno za ceny určené nabídkou a poptávkou. Úsek na svislé ose a směrnici CML můžeme po řadě považovat za „cenu času“ a „cenu rizika“. V příkladu jsou po řadě rovny 4% a 1,21.

8.3 PŘÍMKA TRHU CENNÝCH PAPIRŮ

8.3.1 Důsledky pro jednotlivá riziková aktiva

CML reprezentuje rovnovážný vztah mezi očekávanou výnosností a směrodatnou odchylkou efektivních portfolií. Jednotlivé rizikové cenné papíry budou vždy zobrazeny pod touto přímkou, neboť jednotlivý cenný papír držený samostatně není efektivním portfoliem.

¹² Rovnice přímkou má tvar $y = a + bx$, kde a je úsek na svislé ose a b je směrnice. Protože úsek na svislé ose i směrnice CML jsou známy, může být její rovnice napsána v uvedeném tvaru příslušným dosazením za a a b .

CAPM neodvozuje žádný zvláštní vztah mezi očekávanou výnosností a směrodatnou odchylkou (tj. celkovým rizikem) jednotlivého cenného papíru. K tomu, abychom řekli o očekávané výnosnosti více, je nutná hlubší analýza.

V kapitole 6 byla uvedena následující rovnice pro výpočet směrodatné odchylky libovolného portfolia:

$$\sigma_p = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{1/2} \quad (6.7)$$

kde X_i a X_j označují proporce investované do cenných papírů i a j a σ_{ij} označuje kovarianci výnosnosti mezi cennými papíry i a j . Nyní zkusme použít tuto rovnici k výpočtu směrodatné odchylky tržního portfolia:

$$\sigma_M = \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_{iM} X_{jM} \sigma_{ij} \right]^{1/2} \quad (8.2)$$

kde X_{iM} a X_{jM} označují po řadě proporce investované do cenných papírů i a j v tržním portfoliu. Lze ukázat, že jiný způsob, jak zapsat rovnici (8.2) je následující:

$$\sigma_M = \left[X_{1M} \sum_{j=1}^N X_{jM} \sigma_{1j} + X_{2M} \sum_{j=1}^N X_{jM} \sigma_{2j} + X_{3M} \sum_{j=1}^N X_{jM} \sigma_{3j} + \dots + X_{NM} \sum_{j=1}^N X_{jM} \sigma_{Nj} \right]^{1/2} \quad (8.3)$$

Na tomto místě můžeme použít vlastnost kovariance: Kovariance cenného papíru i s tržním portfoliem (σ_{iM}) se dá vyjádřit jako:

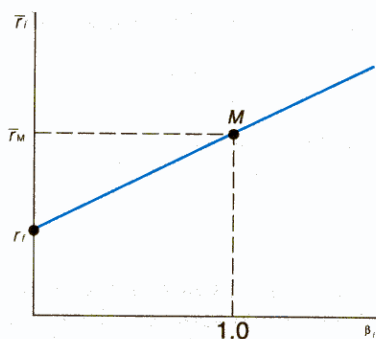
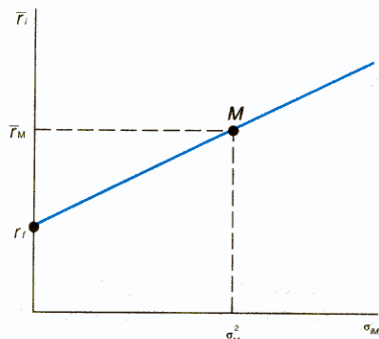
$$\sum_{j=1}^N X_{jM} \sigma_{ij} = \sigma_{iM} \quad (8.4)$$

Když aplikujeme tuto vlastnost na každý z N rizikových cenných papírů v tržním portfoliu, dostaneme:

$$\sigma_M = [X_{1M} \sigma_{1M} + X_{2M} \sigma_{2M} + X_{3M} \sigma_{3M} + \dots + X_{NM} \sigma_{NM}]^{1/2} \quad (8.5)$$

kde σ_{1M} označuje kovarianci cenného papíru 1 s tržním portfoliem, σ_{2M} označuje kovarianci cenného papíru 2 s tržním portfoliem, atd. Směrodatná odchylka tržního portfolia je tedy rovna odmocnině z váženého průměru očekávaných hodnot kovariancí všech cenných papírů s tržním portfoliem, kde jako váhy bereme proporce odpovídajících cenných papírů v tržním portfoliu.

Na tomto místě si můžeme povšimnout důležité skutečnosti. V CAPM vlastní každý investor tržní portfolio a zajímá se o jeho směrodatnou odchylku, protože ta ovlivní velikost jeho investice do tržního portfolia. Příspěvek každého cenného papíru ke směrodatné odchylce tržního portfolia je vidět v rovnici (8.5) a závisí na velikosti jeho kovariance s tržním portfoliem. Proto si každý investor povšimne, že *podstatnou mírou rizika cenného papíru je jeho kovariance s tržním portfoliem, σ_{iM}* . To znamená, že cenné papíry s vyššími hodnotami σ_{iM} budou z hlediska investorů považovány za cenné papíry, které více přispíva-



OBRÁZEK 8.2

Přímka trhu cenných papírů

ji k celkovému riziku tržního portfolia. Znamená to také, že cenné papíry s vyššími směrodatnými odchylkami by neměly být považovány za riskantnější než cenné papíry s menšími směrodatnými odchylkami.

Z této analýzy vyplývá, že cenné papíry s většími hodnotami σ_{iM} budou muset poskytovat úměrně větší očekávanou výnosnost, aby byli investoři na jejich koupi zainteresováni. Abychom viděli proč, podívejme se, co by se stalo, kdyby tyto cenné papíry úměrně vyšší očekávanou výnosnost neposkytovaly. V tomto případě by tyto cenné papíry přispívaly k vyššímu riziku tržního portfolia, ale nepřispívaly by úměrně k jeho vyšší očekávané výnosnosti. To znamená, že vypuštění těchto cenných papírů z tržního portfolia by způsobilo zvýšení očekávané výnosnosti tržního portfolia vzhledem ke směrodatné odchylce. Protože investoři by na takovou změnu pohlíželi jako na přínos, nebylo by již tržní portfolio optimálním rizikovým portfoliem. Ceny cenných papírů by tedy nebyly v rovnováze.

Přesný tvar rovnovážného vztahu mezi rizikem a výnosností může být zapsán následovně:

$$\bar{r}_i = r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \right] \sigma_{iM} \quad (8.6)$$

Jak je vidět v části (a) obrázku 8.2, rovnice (8.6) představuje přímku se svislým úsekem r_f a se směrnici $[(\bar{r}_M - r_f)/\sigma_M^2]$. Protože je směrnice kladná, rovnice naznačuje, že cenné papíry s vyššími kovariancemi (σ_{iM}) budou oceněny tak, že budou mít vyšší očekávanou výnosnost ($\bar{r}_i$). Tento vztah mezi kovariancí a očekávanou výnosností je známý jako přímka trhu cenných papírů (security market line – SML).¹³

Je zajímavé, že rizikový cenný papír se $\sigma_{iM} = 0$ bude mít očekávanou výnosnost rovnou sazbě za bezrizikový cenný papír r_f . Intuitivním důvodem je to, že tento rizikový cenný papír (stejně jako bezrizikový cenný papír) nepřispívá k riziku tržního portfolia. Je tomu tak i v případě, že rizikový cenný papír má pozitivní směrodatnou odchylku, zatímco bezrizikový cenný papír má směrodatnou odchylku nulovou.¹⁴

¹³ Přesnější odvození SML je uveden v Dodatku B.

¹⁴ U některých rizikových cenných papírů (jsou míněny cenné papíry s pozitivními směrodatnými odchylkami) je dokonce možné dosáhnout očekávaných výnosností nižších než bezriziková sazba. Podle CAPM k tomu dojde, když $\sigma_{iM} < 0$ a tím přispívá záporným množstvím rizika k tržnímu portfoliu (což znamená, že za jejich přítomnosti je riziko menší, než při jejich absenci).

Zajímavé je také zjištění, že rizikový cenný papír s $\sigma_{iM} = \sigma_M^2$ bude mít očekávanou výnosnost shodnou s očekávanou výnosností tržního portfolia r_M . Je to proto, že tento cenný papír přispívá průměrnou hodnotou k riziku tržního portfolia.

Jiný způsob, jak vyjádřit SML je následující:

$$\bar{r}_i = r_f + (r_M - r_f)\beta_i \quad (8.7)$$

kde člen β_i je definován jako:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} \quad (8.8)$$

Člen β_i je znám jako *faktor beta* (nebo jednoduše *beta*) cenného papíru i a je to alternativní způsob, jak vyjádřit kovarianční riziko cenného papíru. Rovnice (8.7) je jen odlišnou verzí SML, jak je vidět z části (b) obrázku 8.2. I když má stejný úsek na svislé ose r_f jako předchozí verze v rovnici (8.6), má jinou směrnici. Směrnice této verze je $\bar{r}_M - r_f$, zatímco směrnice předchozí verze byla $(\bar{r}_M - r_f)/\sigma_M^2$.

Jednou z vlastností *beta* je, že *beta portfolia* je *váženým průměrem beta jednotlivých cenných papírů tvořících toto portfolio*, kde jsou příslušnými váhami *proporce investované do jednotlivých cenných papírů*. To znamená, že *beta portfolia* může být vypočteno jako:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N X_i \beta_i \quad (8.9)$$

Dříve již bylo ukázáno, že očekávaná výnosnost portfolia je *váženým průměrem očekávaných výnosností cenných papírů vytvářejících toto portfolio*, kde *proporce investované do jednotlivých cenných papírů* jsou *váhami*. To znamená, že když na SML leží každý cenný papír, bude na ní ležet i každé portfolio. Sféři:

Nejen každý cenný papír, ale také každé portfolio musí ležet na rostoucí přímce v grafu s očekávanou výnosností na svislé ose a s *beta* na vodorovné ose.

To znamená, že efektivní portfolio leží jak na CML tak na SML, zatímco neefektivní portfolio leží pouze na SML.

Je také zajímavé, že SML musí procházet bodem reprezentujícím tržní portfolio. Jeho *beta* je 1 a jeho očekávaná výnosnost je $\bar{r}_M$, takže jeho souřadnice jsou $(1, \bar{r}_M)$. Protože bezrizikové cenné papíry mají hodnotu *beta* nulovou, bude SML procházet také bodem s očekávanou výnosností r_f a se souřadnicemi $(0, r_f)$. To znamená, že SML bude mít úsek na svislé ose rovný r_f a směrnici rovnou svislé vzdálenosti mezi těmito dvěma body, $\bar{r}_M - r_f$ dělené vodorovnou vzdáleností mezi těmito dvěma body, $1 - 0$, neboli $(\bar{r}_M - r_f)/(1 - 0) = \bar{r}_M - r_f$. Tyto dva body tedy stačí k určení SML, která označuje „přiměřené“ očekávané výnosnosti cenných papírů a portfolií s různými hodnotami *beta*.

Rovnovážný vztah zobrazený SML vychází z kombinovaného vlivu investorských úprav držení a výsledných tlaků na ceny cenných papírů (viz kapitola 3). Je-li dána množina cen cenných papírů, investoři vypočtou očekávané výnosnosti a kovariance a potom stanoví své optimální portfolio. Jestliže se počet akcií společností, které jsou kolektivně poptávány, liší od počtu akcií, které jsou nabízeny, vznikne tlak na zvýšení nebo snížení jejich ceny. Při nově zadané množině cen investoři znovu přehodnotí své postoje k různým cenným papírům. Proces bude pokračovat tak dlouho, dokud se počet akcií společností, které jsou kolektivně poptávány, bude lišit od počtu akcií, které jsou nabízeny.

me

Pro individuálního investora jsou ceny cenných papírů a jejich vyhlídky pevné, zatímco jejich držené množství se může měnit. Pro trh jako celek jsou však tato množství pevná (alespoň z krátkodobého pohledu) a ceny jsou proměnné. Jako na každém konkurenčním trhu, rovnováha vyžaduje úpravu ceny každého cenného papíru, dokud se nedosáhne konzistence mezi poptávaným a dostupným množstvím.

Může se zdát logické chtít vyšetřovat historické výnosnosti cenných papírů za účelem zjištění, zda byly ohodnoceny rovnovážnou cenou, jak navrhuje CAPM. Mínění o tom, zda takové testování CAPM může být vypovídajícím způsobem uděláno, se však různí. Navíc Markowitz navrhoval, že výsledky ověřujících testů nemusí být pro praktické použití CAPM nutné.¹⁵

□ 8.3.2 Příklad

V příkladu použitým již dříve bylo ukázáno, že Able, Baker a Charlie tvoří tržní portfolio v proporcích 0,12, 0,19 a 0,69. Za předpokladu těchto proporcí bylo ukázáno, že tržní portfolio má očekávanou výnosnost 22,4% a směrodatnou odchylku 15,2%. Bezriziková sazba byla 4%. Pro tento příklad je SML určená rovnicí (8.6) ve tvaru:

$$\bar{r}_i = r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \right] \sigma_{iM} \quad (8.6)$$

$$= 4 + \left[\frac{22,4 - 4}{(15,2)^2} \right] \sigma_{iM}$$

$$= 4 + 0,08 \sigma_{iM} \quad (8.10)$$

Následující vektor očekávaných výnosností a kovarianční matice byly již použity v příkladech v kapitolách 6 a 7 a jsou také použity zde:

$$ER = \begin{bmatrix} 16,2 \\ 24,6 \\ 22,8 \end{bmatrix} \quad VC = \begin{bmatrix} 146 & 187 & 145 \\ 187 & 854 & 104 \\ 145 & 104 & 28 \end{bmatrix}$$

Nyní může být vypočtena kovariance každého cenného papíru s tržním portfoliem pomocí rovnice (8.4). Konkrétněji, kovariance s tržním portfoliem u Able, Baker a Charlie jsou rovny:

$$\sigma_{1M} = \sum_{j=1}^3 X_{jM} \sigma_{1j}$$

$$= (0,12 \times 146) + (0,19 \times 187) + (0,69 \times 145)$$

$$= 153$$

¹⁵ Viz kapitola 10 knihy Alexander a Francis, *Portfolio Analysis* a Harry M. Markowitz, „Nonnegative or Not Nonnegative: A Question About CAPM's“, *Journal of Finance* 38, no. 2 (May 1983): 283–95.

$$\begin{aligned}\sigma_{2M} &= \sum_{j=1}^3 X_{jM} \sigma_{2j} \\ &= (0,12 \times 187) + (0,19 \times 854) + (0,69 \times 104) \\ &= 257\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{3M} &= \sum_{j=1}^3 X_{jM} \sigma_{3j} \\ &= (0,12 \times 145) + (0,19 \times 104) + (0,69 \times 289) \\ &= 236\end{aligned}$$

Všimněte si, že SML daná rovnicí (8.10) říká, že očekávaná výnosnost Able by měla být rovna $4 + (0,80 \times 153) = 16,2\%$. Podobně by měla být očekávaná výnosnost Baker rovna $4 + (0,80 \times 257) = 24,6\%$ a očekávaná výnosnost Charlie $4 + (0,80 \times 236) = 22,8\%$. Každá z těchto očekávaných výnosností odpovídá příslušné hodnotě udané ve vektoru očekávaných výnosností.

Alternativně můžeme pro výpočet beta všech tří společností použít rovnici (8.8). Konkrétněji, beta pro Able, Baker a Charlie jsou rovny:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{\sigma_{1M}}{\sigma_M^2} \\ &= \frac{153}{(15,2)^2} \\ &= 0,66\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_2 &= \frac{\sigma_{2M}}{\sigma_M^2} \\ &= \frac{257}{(15,2)^2} \\ &= 1,11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_3 &= \frac{\sigma_{3M}}{\sigma_M^2} \\ &= \frac{236}{(15,2)^2} \\ &= 1,02\end{aligned}$$

Nyní rovnice (8.7) ukazuje, že SML by se dala vyjádřit ve tvaru, kde by mírou rizika daného aktiva bylo jeho beta. V uvažovaném příkladu by to znamenalo:

$$\tilde{r}_i = r_f + (\tilde{r}_M - r_f)\beta_i$$

$$= 4 + (22,4 - 4)\beta_i \quad (8.11)$$

$$= 4 + 18,4\beta_i$$

Všimněte si, že SML ve tvaru daném touto rovnicí uvádí, že očekávaná výnosnost Able by měla být rovna $4 + (18,4 \times 0,66) = 16,2\%$. Podobně by měla být očekávaná výnosnost Baker $4 + (18,4 \times 1,11) = 24,6\%$ a očekávaná výnosnost Charlie $4 + (18,4 \times 1,02) = 22,6\%$. Každá z těchto očekávaných výnosností odpovídá příslušné hodnotě udané ve vektoru očekávaných výnosností.

Je důležité si uvědomit, že pokud by jakékoliv jiné portfolio bylo považováno za tržní, tzn. kdyby byla použita libovolná jiná kombinace proporcí než 0,12, 0,19 a 0,69, potom by tento rovnovážný vztah mezi očekávanou výnosností a beta (nebo kovariancemi) neplatil. Uvažujme hypotetické tržní portfolio s rovnoměrnými proporcemi (tj. 0,333) investovanými do Able, Baker a Charlie. Protože toto portfolio má očekávanou výnosnost 21,2% a směrodatnou odchylku 15,5%, hypotetická SML by byla následující:

$$\begin{aligned} \bar{r}_i &= r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \right] \sigma_{iM} \\ &= 4 + \left[\frac{21,2 - 4}{(15,2)^2} \right] \sigma_{iM} \\ &= 4 + 0,07 \sigma_{iM} \end{aligned}$$

Able má kovarianci s tímto portfoliem

$$\begin{aligned} \sigma_{iM} &= \sum_{j=1}^3 X_{jM} \sigma_{ij} \\ &= (0,333 \times 146) + (0,333 \times 187) + (0,333 \times 145) \\ &= 159, \end{aligned}$$

což znamená, že očekávaná výnosnost Able by podle hypotetické SML měla být rovna $4 + (0,7 \times 159) = 15,1\%$. Protože to neodpovídá číslu 16,2%, které je udáno ve vektoru očekávaných výnosností, nemůže být portfolio se stejnými proporcemi investovanými do Able, Baker a Charlie tržním portfoliem.¹⁶

8.4 TRŽNÍ A JEDINEČNÉ RIZIKO

Protože beta (nebo kovariance) je podle CAPM důležitou mírou rizika cenného papíru, je vhodné vyšetřit vztah mezi tímto faktorem a celkovým rizikem cenného papíru. Tento vztah má následující tvar:

¹⁶ Baker a Charlie mají po řadě kovariance 382 a 179, což znamená, že jejich očekávané výnosnosti by se měly rovnat $30,74\% = 4 + (0,07 \times 382)$ a $16,53\% = 4 + (0,07 \times 179)$. Tato čísla však neodpovídají příslušným hodnotám (24,6% a 22,8%), které se objevují ve vektoru očekávaných výnosností a indikují, že je nesoulad mezi všemi třemi cennými papíry. I když tento příklad používal kovarianční verzi SML, analýza je podobná i pro beta verzi SML, pro kterou platí rovnice (8.7).

$$\sigma_i = [\beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon i}^2]^{1/2} \quad (8.12)$$

Zde je ukázáno, jak se dá celkové riziko cenného papíru i měřené jeho směrodatnou odchylkou označenou σ_i rozložit na dvě komponenty. První komponenta je část, která se vztahuje k pohybu tržního portfolia. Je rovna součinu čtverce beta dané firmy a rozptylu tržního portfolia a často je nazývána *tržní* (nebo *systematické*) *riziko* cenného papíru. Druhá komponenta je část, která se nevztahuje k pohybu tržního portfolia. Je označena $\sigma_{\epsilon i}^2$ a často je nazývána *jedinečné* (nebo *netržní* nebo *nesystematické*) *riziko* cenného papíru.

V předchozím příkladu byly vypočítány beta pro Able, Baker a Charlie po řadě jako 0,66, 1,11 a 1,02. Protože směrodatná odchylka tržního portfolia byla rovna 15,2%, znamená to, že tržní rizika těchto tří firem jsou po řadě rovna $(0,66^2 \times 15,2^2) = 100$, $(1,11^2 \times 15,2^2) = 285$, a $(1,02^2 \times 15,2^2) = 240$. Jedinečné riziko libovolného cenného papíru může být vypočteno umocněním rovnice (8.12):

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon i}^2 \quad (8.13)$$

a řešením vzhledem k $\sigma_{\epsilon i}^2$:

$$\sigma_i^2 - \beta_i^2 \sigma_M^2 = \sigma_{\epsilon i}^2 \quad (8.14)$$

Rovnice (8.14) tedy může být použita po řadě pro výpočet jedinečného rizika Able, Baker a Charlie:

$$\sigma_{\epsilon i}^2 = 146 - 100$$

$$= 46$$

$$\sigma_{\epsilon i}^2 = 856 - 285$$

$$= 569$$

$$\sigma_{\epsilon i}^2 = 289 - 240$$

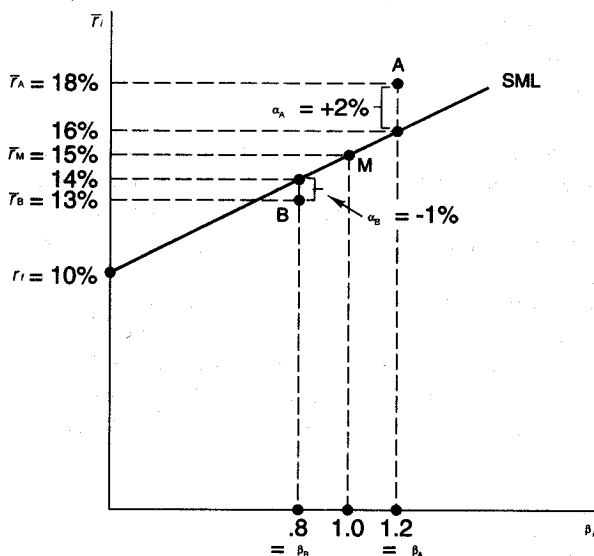
$$= 49$$

Jedinečné riziko je obvykle vyjádřeno jako směrodatná odchylka. Ta se vypočte odmocněním $\sigma_{\epsilon i}^2$ a rovná se $\sqrt{46} = 6,8\%$ pro Able, $\sqrt{569} = 23,9\%$ pro Baker a $\sqrt{49} = 7\%$ pro Charlie.

Zde se někdo může divit, proč rozdělovat celkové riziko do dvou částí? Investorovi by se mohlo zdát, že riziko je riziko – bez ohledu na jeho zdroj. Odpověď je třeba hledat v oblasti očekávaných výnosností.

Tržní riziko je spojeno s rizikem tržního portfolia a s beta cenného papíru (nebo portfolia), který nás zajímá. Cenné papíry (nebo portfolia) s vyššími beta budou mít větší množství tržního rizika. Ve světě CAPM mají cenné papíry (nebo portfolia) s větším beta vyšší očekávanou výnosnost. Tyto dva vztahy dohromady ukazují, že cenné papíry (nebo portfolia) s vyšším tržním rizikem by měly mít vyšší očekávanou výnosnost.

Jedinečné riziko nesouvisí s beta. To znamená, že neexistuje žádný důvod, proč by cenné papíry (nebo portfolia) s vyšším množstvím jedinečného rizika měly mít vyšší očekávanou výnosnost. Podle CAPM je tedy tržní riziko odměňováno, ale jedinečné riziko nikoliv.



OBRÁZEK 8.3
Rovnovážné očekávané výnosnosti cenných papírů.

8.5 OČEKÁVANÉ VERSUS SKUTEČNÉ HODNOTY

Předpovídání výnosnosti cenných papírů je analogické s předpovídáním zítřejší nejvyšší teploty. Meteorologové mají určité modely pro odhadování *očekávané* nejvyšší teploty. Model může například obsahovat dvě komponenty, kde očekávaná výše je rovna součtu (1) 0,9 krát očekávaná dnešní nejnižší teplota a (2) 14°.

Skutečná nejvyšší teplota založená na tomto modelu, která se následně objeví, může být posuzována jako sestávající ze tří komponent. Konkrétně může být skutečná nejvyšší teplota sestavena ze součtu (1) 0,9 krát skutečná dnešní nejnižší teplota, (2) 14° a (3) náhodná chyba. Na tuto náhodnou chybu se můžeme dívat jako na výsledek roztočení rulety, kde očekávaná hodnota je nula (má-li ruleta po obvodu rovnoměrně rozmístěny značky od -5° do +5°).

Všimněte si, že zde jde o vztah dvou modelů – jednoho pro *očekávanou* nejvyšší teplotu a druhého pro *skutečnou* nejvyšší teplotu. Analogie s výnosností cenných papírů je v tom, že existují dva modely – jeden pro očekávané (neboli střední) výnosnosti (SML se dvěma komponentami) a jeden pro skutečné výnosnosti (charakteristická přímka se třemi komponentami). Výklad zahájíme u očekávaných výnosností.

8.6 ROVNOVÁŽNÉ OČEKÁVANÉ VÝNOSNOSTI

Podle CAPM se budou ceny aktiv nastavovat tak dlouho, dokud nebude dosaženo rovnováhy, při které bude ležet každý cenný papír na SML. Ekvivalentně, při rovnováze bude očekávaná výnosnost cenného papíru i v nadcházející periodě držení dána:

$$\bar{r}_i^e = r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i \quad (8.15)$$

kde:

$\bar{r}_i^e$ označuje *rovnovážnou* (equilibrium) očekávanou výnosnost cenného papíru i

$\bar{r}_f$ označuje bezrizikovou sazbu

$\bar{r}_M$ označuje očekávanou výnosnost tržního portfolia a

β_i označuje koeficient beta cenného papíru i

Předpokládejme například, že očekávaná výnosnost tržního portfolia je 15% a bezriziková sazba je 10%. Dále předpokládejme, že cenné papíry A a B mají po řadě beta 1,2 a 0,8. V této situaci je rovnovážná očekávaná výnosnost cenného papíru A rovna 16% = 10% + [(15% - 10%) x 1,2]. Podobně rovnovážná očekávaná výnosnost cenného papíru B je 14% = 10% + [(15% - 10%) x 0,8].

Obrázek 8.3 graficky dokumentuje tento příklad. Protože jsme předpokládali, že očekávaná výnosnost tržního portfolia je 15% a bezriziková sazba je 10%, je tím určeno umístění SML. SML musí procházet těmito dvěma body. Jak už jsme se zmínili dříve, SML naznačuje, že libovolný cenný papír s beta 1,2 bude mít rovnovážnou očekávanou výnosnost 16%. Podobně libovolný cenný papír s beta 0,8 bude mít rovnovážnou očekávanou výnosnost 14%.

8.7 PROCESY GENERUJÍCÍ VÝNOSNOST

8.7.1 Charakteristická přímka

Rovnice (8.15) může být přepsána na tvar:

$$\bar{r}_i^e - r_f = (\bar{r}_M - r_f)\beta_i \quad (8.16)$$

který ukazuje, že rovnovážná očekávaná *nadměrná výnosnost* cenného papíru za nadcházející periodu držení je rovna součinu nadměrné výnosnosti tržního portfolia a koeficientu beta cenného papíru.

Rovnice (8.16) však není modelem toho, jaká bude *skutečná nadměrná výnosnost* cenného papíru za nadcházející periodu držení. Pro tento účel použijeme *proces generující výnosnost*. *Charakteristická přímka* je typem procesu generujícího výnosnost, který je založen na rovnici (8.16):

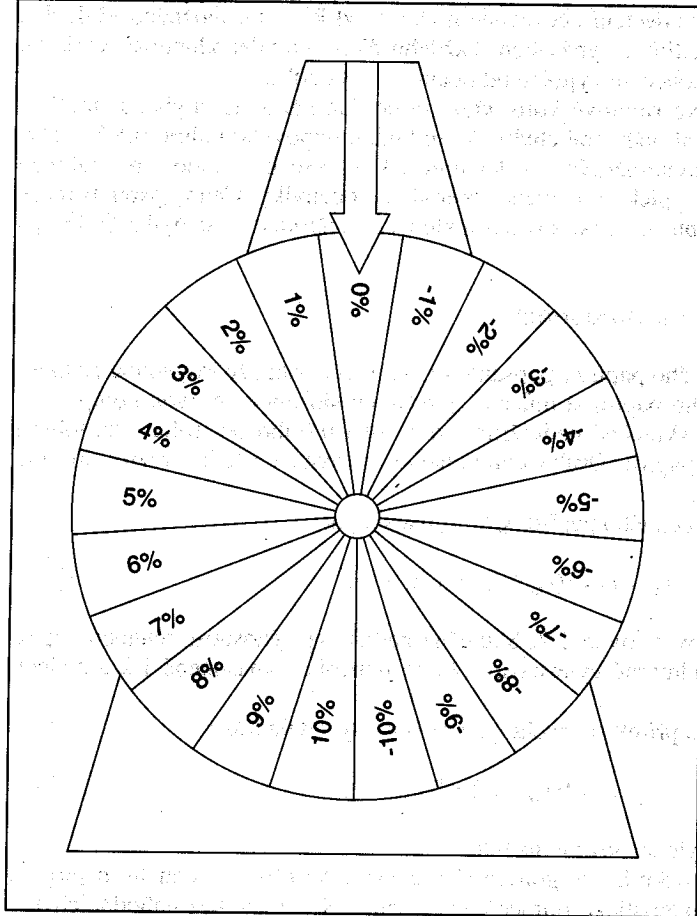
$$\bar{r}_i^e - r_f = (r_M - r_f)\beta_i + \epsilon_i \quad (8.17)$$

kde r_i je skutečná výnosnost cenného papíru i , která nastane během nadcházející periody držení, r_f je bezriziková sazba pro tuto periodu a r_M je skutečná výnosnost tržního portfolia za tuto periodu. Člen β_i je beta cenného papíru i za tuto periodu a poslední člen ϵ_i je známý jako *náhodná chyba* cenného papíru.¹⁷

Náhodná chyba cenného papíru je náhodná veličina s nulovou očekávanou hodnotou a směrodatnou odchylkou σ_{ϵ_i} . Můžeme si ji představit jako výsledek roztočení rulety. Jedna vlastnost takové náhodné chyby je, že její očekávaná hodnota je nulová.

Například si můžeme představit, že cenný papír A má náhodnou chybu, která odpovídá kolu rulety s celočíselnými hodnotami rovnoměrně rozloženými po obvodu od -10% do

¹⁷ Je běžnou praxí používat následující rovnici jako procesu generujícího výnosnost cenného papíru: $r_i = \alpha_i + r_M\beta_i + \epsilon_i$ kde α_i je konstanta a ϵ_i je náhodná chyba. Tato rovnice je často nazývána *model trhu*.



OBRÁZEK 8.4
Náhodná chyba cenného papíru A.

+10%.¹⁸ To znamená, že existuje 21 možných výsledků, každý z nich má stejnou pravděpodobnost výskytu. Při daném rozsahu čísel to také znamená, že očekávaná hodnota náhodné chyby je nula:

$$[-10 \times \frac{1}{21}] + [-9 \times \frac{1}{21}] + \dots + [9 \times \frac{1}{21}] + [10 \times \frac{1}{21}] = 0$$

Jak je vidět, tento výpočet spočívá ve vynásobení každého výsledku pravděpodobností výskytu a v sečtení výsledných součinů. Je možno ukázat, že směrodatná odchylka této náhodné chyby je 6,06%:

$$\{[(-10 - 0)^2 \times \frac{1}{21}] + [(-9 - 0)^2 \times \frac{1}{21}] + [(9 - 0)^2 \times \frac{1}{21}] + [(10 - 0)^2 \times \frac{1}{21}]\}^{1/2} = 6,06\%$$

¹⁸ Protože rozsah znázorňuje možné výsledky a odstupy znázorňují pravděpodobnosti různých vyskytujících se výsledků, je vidět, že kolo rulety je pohodlným způsobem znázornění pravděpodobnostního rozdělení náhodné chyby. Typicky se předpokládá, že náhodná chyba má normální rozdělení.

Tento výpočet spočívá v odečtení očekávané hodnoty od každého možného výsledku, v umocnění všech těchto rozdílů a vynásobení každého členu pravděpodobností výskytu, v sečtení všech součinů a nakonec ve výpočtu odmocniny z výsledku.

Na obrázku 8.4 je takové ruletové kolo, které odpovídá náhodné chybě. Jednotlivé cenné papíry budou obecně mít náhodné chyby, které budou odpovídat kolům rulety s různými rozsahy a s různě nerovnoměrným rozdělením. I když všechny budou mít nulovou očekávanou hodnotu, budou typicky mít různé směrodatné odchylky. Cenný papír B může mít například náhodnou chybu, jejíž očekávaná hodnota a směrodatná odchylka budou po řadě rovny 0 a 4,76%.¹⁹

□ 8.7.2 Skutečná nadměrná výnosnost

Charakteristická přímka cenného papíru i popsaná rovnicí (8.17) říká, že skutečnou nadměrnou výnosnost tohoto cenného papíru si můžeme představit složenou ze dvou komponent. První komponenta je rovna skutečné nadměrné výnosnosti tržního portfolia vynásobené koeficientem beta cenného papíru. Druhá komponenta je rovna výsledku roztočení kola rulety tohoto cenného papíru.

Charakteristická přímka cenného papíru A by vypadala jako:

$$r_A - r_f = [(r_M - r_f) \times 1,2] + \epsilon_A \quad (8.18)$$

neboť beta cenného papíru bylo rovno 1,2. Skutečná nadměrná výnosnost cenného papíru A se tedy bude skládat z nadměrné výnosnosti tržního portfolia vynásobené 1,2 a z členu náhodné chyby.

Podobně charakteristická přímka cenného papíru B by vypadala jako:

$$r_B - r_f = [(r_M - r_f) \times 0,8] + \epsilon_B \quad (8.19)$$

neboť beta cenného papíru bylo stanoveno na 0,8.

Plná čára v části (a) obrázku 8.5 je grafem charakteristické přímky cenného papíru A. Tato přímka odpovídá charakteristické přímce dané rovnicí (8.18), ale bez náhodné chyby. Graf charakteristické přímky cenného papíru A tedy odpovídá následující rovnici:

$$r_A - r_f = [(r_M - r_f) \times 1,2]$$

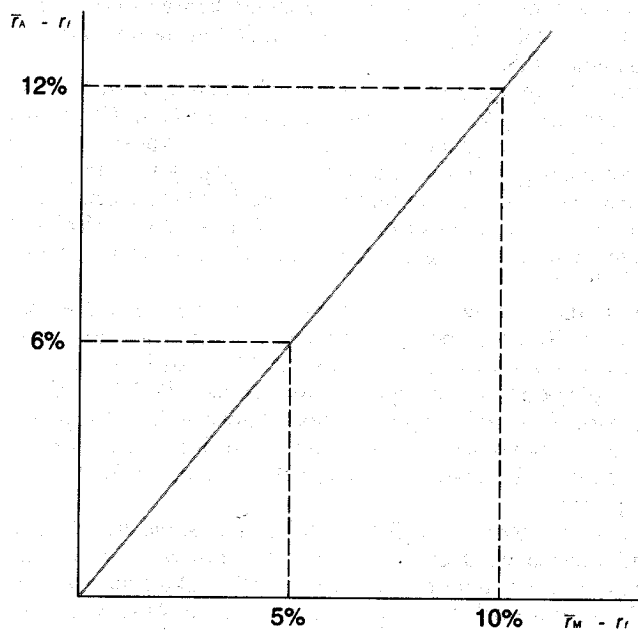
Na svislé ose je vynášena nadměrná výnosnost cenného papíru A, $r_A - r_f$, zatímco na vodorovné ose je nadměrná výnosnost tržního portfolia, $r_M - r_f$. Přímka prochází dvěma body. Prvním bodem je počátek, neboť úsek na svislé ose je nulový. Druhý bod odpovídá rovnovážné očekávané nadměrné výnosnosti cenného papíru ($16\% - 10\% = 6\%$) a tržního portfolia ($15\% - 10\% = 5\%$). Stojí za povšimnutí, že tato přímka bude mít směrnici shodnou s beta cenného papíru, 1,2.²⁰

Část (b) obrázku 8.5 je grafem charakteristické přímky cenného papíru B:

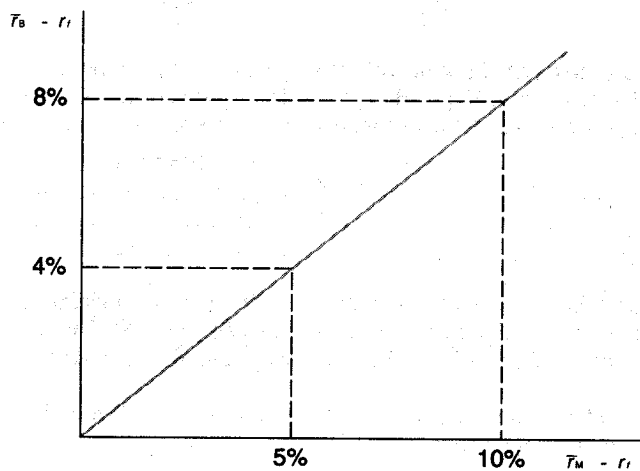
$$r_B - r_f = [(r_M - r_f) \times 0,8]$$

¹⁹ To by nastalo, kdyby cenný papír B měl náhodnou chybu, jehož kolo rulety by obsahovalo celá čísla od -9% do +9%, ale odstupy čísel mezi -5% a +5% byly dvojnásobně veliké než odstupy čísel od -9% do -6% a od +6% do +9%. To znamená, že pravděpodobnost libovolného celého čísla mezi -5% a +5% je 2/30, zatímco pravděpodobnost libovolného celého čísla od -9% do -6% a od +6% do +9% je 1/30.

²⁰ Je to zřejmé, když připomeneme, že směrnice přímky spojující dva body je rovna svislé vzdálenosti mezi dvěma body dělené vodorovnou vzdáleností mezi těmito dvěma body. V tomto příkladu takový výpočet vede na $(6\% - 0\%)/(5\% - 0\%) = 1,2$, beta cenného papíru A.



(a) Cenný papír A



(a) Cenný papír B

OBRÁZEK 8.5
Charakteristické přímky.

Tato přímka procházela počátkem, neboť úsek na svislé ose je nulový, a prochází bodem odpovídajícím rovnovážné očekávané nadměrné výnosnosti cenného papíru ($14\% - 10\% = 4\%$) a tržního portfolia ($15\% - 10\% = 5\%$). Stojí za povšimnutí, že tato přímka bude mít směrnici shodnou s beta cenného papíru, 0,8.

Protože směrnice charakteristické přímky se rovná beta cenného papíru, měří beta cenného papíru citlivost výnosnosti cenného papíru na výnosnost tržního portfolia. Obě přímky na obrázku 8.5 mají pozitivní směrnice, což znamená, že čím vyšší je výnosnost tržního portfolia, tím vyšší bude výnosnost obou cenných papírů. Oba cenné papíry však mají různé směrnice; mají tedy různé citlivosti na výnosnost tržního portfolia. Konkrétně cenný papír A má vyšší beta než cenný papír B; charakteristická přímka A má tedy větší směrnici než charakteristická přímka B, což znamená, že výnosnost A je citlivější na výnosnost tržního portfolia než výnosnost B.

Jestliže například tržní portfolio má výnosnost 20%, vynese o 5% více než se očekávalo (očekávaná výnosnost byla 15%) a o 10% více než je bezriziková sazba. Část (a) obrázku 8.5 naznačuje, že cenný papír A by měl mít nadměrnou výnosnost 12%, což je o 6% ($[(20\% - 10\%) \times 1,2] - 6\%$) více než se původně předpokládalo v této situaci. Podobně část (b) obrázku 8.5 naznačuje, že cenný papír B by měl mít nadměrnou výnosnost 8%, což je o 4% ($[(20\% - 10\%) \times 0,8] - 4\%$) více než se původně předpokládalo v této situaci. Důvodem pro 2% ($6\% - 4\%$) rozdíl je to, že A má vyšší beta než cenný papír B; to znamená, že A je citlivější než B na výnosnost tržního portfolia.

Náhodná chyba říká, že při dané výnosnosti tržního portfolia bude skutečná výnosnost cenného papíru ležet mimo přímku naznačenou graficky.²¹ Kdyby se ukázalo, že skutečná nadměrná výnosnost cenných papírů A a B byla po řadě 9% a 11% a skutečná nadměrná výnosnost tržního portfolia 10%, potom by se dala skutečná nadměrná výnosnost A a B posuzovat z hlediska dvou komponent:

	CENNÝ PAPIR A	CENNÝ PAPIR B
Skutečná nadměrná výnosnost tržního portfolia x beta	$12\% = 10\% \times 1,2$	$8\% = 10\% \times 0,8$
Výsledek náhodné chyby	$-3\% = 9\% - 12\%$	$3\% = 11\% - 8\%$
Skutečná nadměrná výnosnost	9%	11%

V tomto případě si můžeme představit, že kolo rulety se zastavilo na hodnotách (tj. náhodných výsledcích chyby) -3% pro A a $+3\%$ pro B. Tyto hodnoty jsou současně vzdáleností o kterou se liší skutečná výnosnost každého cenného papíru od své charakteristické přímky.

8.8 DIVERZIFIKACE

V rovnici (8.12) bylo ukázáno, že celkové riziko libovolného cenného papíru i měřené jeho směrodatnou odchylkou a označené σ_i se skládá ze dvou částí: (1) tržní (neboli systematické) riziko označené $\beta_i^2 \sigma_M^2$ a (2) jedinečné (neboli netržní nebo nesystematické) riziko označené $\sigma_{\epsilon_i}^2$.

Charakteristická přímka je vhodnou interpretací členu $\sigma_{\epsilon_i}^2$ v této rovnici. Tento člen je rozptýl náhodné chyby ϵ_i , který se objevuje v rovnici (8.17).

□ 8.8.1 Celkové riziko portfolia

Když je výnosnost každého rizikového cenného papíru vztažena k výnosnosti tržního portfolia, jak plyne z rovnice (8.17), co se dá říci o celkovém riziku portfolia? Jestliže označíme

²¹ Abychom byli zcela přesní, pokud člen náhodné chyby nabude hodnoty nula, potom bude cenný papír ležet na přímce. Pro většinu cenných papírů je však pravděpodobnost tohoto jevu velmi malá.

proporci X_i fondů investovaných do cenného papíru i daného portfolia p , potom skutečná nadměrná výnosnost tohoto portfolia bude:

$$\begin{aligned} r_p - r_f &= \left(\sum_{i=1}^N X_i r_i \right) - r_f \\ &= \sum_{i=1}^N X_i (r_i - r_f) \end{aligned} \quad (8.20)$$

Dosazením pravé strany rovnice (8.17) za $r_i - r_f$ v rovnici (8.20) dostaneme následující charakteristickou přímku portfolia:

$$\begin{aligned} r_p - r_f &= \sum_{i=1}^N X_i [(r_M - r_f) \beta_i + \epsilon_i] \\ &= \left(\sum_{i=1}^N X_i \beta_i \right) (r_M - r_f) + \sum_{i=1}^N X_i \epsilon_i \\ &= (r_M - r_f) \beta_p + \epsilon_p \end{aligned} \quad (8.21)$$

kde

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N X_i \beta_i \quad (8.22a)$$

$$\epsilon_p = \sum_{i=1}^N X_i \epsilon_i \quad (8.22b)$$

V rovnici (8.22a) se ukazuje, že beta portfolia (β_p) je váženým průměrem beta jednotlivých cenných papírů (β_i) s využitím relativních proporcí v portfoliu jako vah. Podobně je náhodná chyba portfolia (ϵ_p) v rovnici (8.22b) váženým průměrem náhodných chyb cenných papírů, opět s využitím relativních proporcí v portfoliu jako vah. Charakteristická přímka portfolia je tedy přímým rozšířením charakteristické přímky jednotlivých cenných papírů dané rovnicí (8.17).

Z rovnice (8.21) plyne, že celkové riziko portfolia měřené směrodatnou odchylkou výnosnosti portfolia a označené σ_p bude:

$$\sigma_p = [\beta_p^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon_p}^2]^{1/2} \quad (8.23)$$

kde:

$$\beta_p^2 = \left(\sum_{i=1}^N X_i \beta_i \right)^2 \quad (8.24a)$$

a za předpokladu, že komponenty náhodných chyb výnosností cenných papírů nejsou korelované:

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_{ei}^2 \quad (8.24b)$$

Rovnice (8.23) ukazuje, že celkové riziko libovolného portfolia můžeme chápat také jako složené ze dvou komponent podobných komponentám celkového rizika jednotlivých cenných papírů. Tyto komponenty se opět označují tržní riziko ($\beta_p^2 \sigma_M^2$) a jedinečné riziko (σ_{ep}^2).

Dále bude ukázáno, že zvýšená *diverzifikace* může vést ke snížení celkového rizika portfolia. Dojde k tomu v důsledku snížení velikosti jedinečného rizika portfolia, zatímco tržní riziko portfolia bude mít přibližně stejnou velikost.

□ 8.8.2 Tržní riziko portfolia

Obecně platí, že čím více je portfolio diverzifikováno (to znamená, čím více různých cenných papírů je v portfoliu), tím menší bude každá proporce X_i . To nebude mít za následek ani výrazné snížení, ani zvýšení β_p , pokud neučiníme dobrovolný pokus o přidání cenných papírů s nízkým nebo vysokým beta do portfolia. Protože beta portfolia je průměrem beta jeho cenných papírů, není žádný důvod se domnívat, že zvýšením diverzifikace se beta portfolia, a tím i tržní riziko portfolia, změní nějakým určitým směrem. Proto:

Diverzifikace vede k průměrování tržního rizika.

To dává smysl, neboť když se vyhlídky ekonomiky zhorší (nebo zlepší), většina cen cenných papírů klesne (vzroste). Bez ohledu na velikost diverzifikace bude výnosnost portfolia vždy citlivá na takovéto tržní vlivy.

□ 8.8.3 Jedinečné riziko portfolia

U jedinečného rizika je situace zcela odlišná. V portfoliu půjdou některé akcie nahoru v důsledku neočekávaných dobrých zpráv specifických pro společnost, která emitovala dané cenné papíry (například nečekaný objev nového léku u farmaceutické společnosti). Jiné cenné papíry mohou jít dolů v důsledku nečekaných špatných zpráv specifických pro danou společnost (např. průmyslová havárie v chemickém závodu). Podíváme-li se do budoucna, dá se očekávat, že přibližně stejný počet společností bude očekávat dobré a špatné zprávy, což vede k malému předpokládanému vlivu na výnosnost „dobře diverzifikovaného“ portfolia. To znamená, že čím je portfolio diverzifikovanější, tím menší je jeho jedinečné riziko a v důsledku i celkové riziko.

To může být přesně kvantifikováno, když předpokládáme že náhodné chyby výnosnosti jsou nekorelované, jako v rovnici (8.24b). Uvažujme následující situaci. Bude-li množství investované do každého cenného papíru stejné, potom bude proporce X_i rovna $1/N$ a úroveň rizika bude podle rovnice (8.24b) rovna:

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{N} \right]^2 \sigma_{ei}^2 \quad (8.25)$$

$$= \frac{1}{N} \left[\frac{\sigma_{\epsilon 1}^2 + \sigma_{\epsilon 2}^2 + \dots + \sigma_{\epsilon N}^2}{N} \right]$$

Hodnota v hranatých závorkách rovnice (8.25) je průměrem jedinečného rizika jednotlivých cenných papírů. Ale jedinečné riziko portfolia je pouze $1/N$ z této hodnoty, neboť člen $(1/N)$ se objevuje vně hranaté závorky. Když se portfolio více diverzifikuje, počet cenných papírů (tj. N) roste. To dále znamená, že $1/N$ se zmenšuje a proto má výsledné portfolio menší riziko.²² To znamená, že:

Diverzifikace může podstatným způsobem snížit jedinečné riziko.

Zhruba řečeno, portfolio, které obsahuje více než 20 cenných papírů, bude mít zanedbatelnou velikost jedinečného rizika. To znamená, že jeho celkové riziko bude přibližně rovno velikosti tržního rizika.²³ Taková portfolia jsou tedy „dobře diverzifikována“.

□ 8.8.4 Příklad

Uvažujme dva cenné papíry, A a B, na které jsme se již odkazovali dříve. Tyto cenné papíry mají po řadě beta 1,2 a 0,8, a směrodatné odchylky náhodné chyby jsou po řadě 6,06% a 4,76%. Je-li dáno, že $\sigma_{\epsilon A} = 6,06\%$ a $\sigma_{\epsilon B} = 4,76\%$ potom $\sigma_{\epsilon A}^2 = 0,0606^2 = 0,0037$ a $\sigma_{\epsilon B}^2 = 0,0476^2 = 0,0023$. Nyní předpokládejme, že směrodatná odchylka tržního portfolia, σ_M , je 8%, což znamená, že rozptyl tržního portfolia je $0,08^2 = 0,0064$. S použitím rovnice (8.12) to znamená, že směrodatné odchylky cenných papírů A a B jsou následující:

$$\begin{aligned}\sigma_B &= [(1,2^2 \times 0,0064) + 0,0037]^{1/2} \\ &= (0,0129)^{1/2} \\ &= 11,36\% \\ \sigma_C &= [(0,8^2 \times 0,0064) + 0,0023]^{1/2} \\ &= (0,0064)^{1/2} \\ &= 8,00\%\end{aligned}$$

Portfolio ze dvou cenných papírů

Uvažujme sestavení portfolia z cenných papírů A a B při vložení stejného podílu investovaných peněz do obou cenných papírů. To jest uvažujme portfolio, které má $X_A = 0,5$ a $X_B = 0,5$. Protože $\beta_A = 1,2$ a $\beta_B = 0,8$, bude beta tohoto portfolia vypočítáno pomocí rovnice (8.22a):

$$\begin{aligned}\beta_p &= X_A \beta_A + X_B \beta_B \\ &= (1,5 \times 1,2) + (0,5 \times 0,8) \\ &= 1,0\end{aligned}$$

²² To, co ve skutečnosti musí být učiněno pro snížení jedinečného rizika, je snížení maximální částky investované do jedinečného cenného papíru při zvýšení N .

²³ Viz John L. Evans a Stephen Archer, „Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis“, *Journal of Finance* 23, No.5 (December 1968):761–67.

Použitím rovnice (8.24b) bude rozptyl náhodné chyby portfolia, $\sigma_{\epsilon_p}^2$ roven:

$$\begin{aligned}\sigma_{\epsilon_p} &= (0,5^2 \times 0,0037) + (0,5^2 \times 0,0023) \\ &= 0,0015\end{aligned}$$

To dále znamená, že směrodatná odchylka náhodného členu portfolia, σ_{ϵ_p} bude rovna:

$$\begin{aligned}\sigma_{\epsilon_p} &= \sqrt{0,0015} \\ &= 3,87\%\end{aligned}$$

Z rovnice (8.23) je vidět, že toto portfolio bude mít následující směrodatnou odchylku:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= [(1,0^2 \times 0,0064) + 0,0015]^{1/2} \\ &= [0,0079]^{1/2} \\ &= 8,89\%\end{aligned}$$

Ta reprezentuje celkové riziko portfolia složeného ze dvou cenných papírů.

Portfolio ze tří cenných papírů

Uvažujme, co by se stalo, kdyby třetí cenný papír (C) byl kombinován s ostatními dvěma, aby vytvořil portfolio složené ze tří cenných papírů, kde $X_A = X_B = X_C = 0,33$. Třetí cenný papír má beta 1,0 a náhodnou chybu, jejíž směrodatná odchylka (σ_{ϵ_C}) je 5,50%. Rozptyl náhodné chyby tedy je $\sigma_{\epsilon_C}^2 = 0,055^2 = 0,0030$ a směrodatná odchylka cenného papíru je

$$\begin{aligned}\sigma_C &= [(1,0^2 \times 0,0064) + 0,0030]^{1/2} \\ &= (0,0094)^{1/2} \\ &= 9,70\%\end{aligned}$$

Nejdříve si všimněme, že portfolio složené ze tří cenných papírů má stejnou velikost tržního rizika jako portfolio složené ze dvou cenných papírů, neboť obě portfolia mají beta 1,0:

$$\begin{aligned}B_p &= X_A \beta_A + X_B \beta_B + X_C \beta_C \\ &= (0,33 \times 1,2) + (0,33 \times 0,8) + (0,33 \times 1,0) \\ &= 1,0\end{aligned}$$

Zvýšená diverzifikace tedy nevedla ke změně úrovně tržního rizika. Místo toho došlo k průměrování tržního rizika.

Použitím rovnice (8.24b) určíme rozptyl náhodné chyby portfolia jako:

$$\begin{aligned}\sigma_{\epsilon_p}^2 &= (0,33^2 \times 0,0037) + (0,33^2 \times 0,0023) + (0,33^2 \times 0,0030) \\ &= 0,0010\end{aligned}$$

To dále znamená, že směrodatná odchylka náhodné chyby portfolia bude rovna:

$$\begin{aligned}\sigma_{\epsilon p} &= \sqrt{0,0010} \\ &= 3,13\%\end{aligned}$$

Všimněte si, že směrodatná odchylka náhodné chyby portfolia ze tří cenných papírů je menší než směrodatná odchylka členu náhodné chyby portfolia ze dvou cenných papírů (tj. $3,13\% < 3,87\%$). Dále směrodatná odchylka náhodné chyby portfolia ze dvou cenných papírů je menší než směrodatná odchylka náhodné chyby libovolného ze dvou cenných papírů (tj. $3,87\% < 6,06\%$ a $3,87\% < 4,76\%$). V tomto příkladu tedy zvýšená diverzifikace skutečně vedla ke snížení jedinečného rizika.

Z rovnice (8.23) je vidět, že portfolio složené ze tří cenných papírů bude mít následující směrodatnou odchylku:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= [(1,0^2 \times 0,0064) + 0,0010]^{1/2} \\ &= [0,0074]^{1/2} \\ &= 8,60\%\end{aligned}$$

Ta reprezentuje celkové riziko portfolia a je menší než celkové riziko portfolia ze dvou cenných papírů ($8,60\% < 8,89\%$). Diverzifikace tedy vedla ke snížení celkového rizika.

8.9 NEROVNOVÁHA

Mnoho investorů tráví spoustu času vyhledáváním cenných papírů, které se zdají být *nesprávně ohodnoceny*. Jsou dva typy nesprávně ohodnocených cenných papírů:

Cenný papír je *podhodnocený* (příliš levný), je-li jeho očekávaná výnosnost vyšší než příslušná očekávaná výnosnost cenných papírů se srovnatelnými podstatnými atributy. Cenný papír je *nadhodnocený* (příliš drahý), je-li jeho očekávaná výnosnost nižší než příslušná očekávaná výnosnost cenných papírů se srovnatelnými podstatnými atributy.

Které atributy jsou podstatné? A co je příslušná očekávaná výnosnost při dané množině podstatných atributů? Odpověď závisí na tom, kterou teorii stanovení rovnovážných cen použijeme. Pro CAPM je podstatný pouze jeden atribut (beta) a příslušná očekávaná výnosnost je ta, která je dána SML podle rovnice (8.15).

Ceny cenných papírů a očekávané výnosnosti jsou buď ve shodě s danou rovnovážnou teorií nebo nejsou. Jestliže ji i jen některé cenné papíry nevyhovují, potom podle *této teorie existuje nerovnováha* v jejich cenách a očekávaných výnosnostech. Je však mnohem pravděpodobnější, že tato teorie není platná a platí nějaká jiná (možná zatím neznámá) teorie rovnováhy. Místo pokusů o objevení této teorie, což je neobyčejně obtížný, ne-li nemožný úkol, mnoho investorů předpokládá, že *většina* cenných papírů je ohodnocena tak, že dávají rovnovážné očekávané výnosnosti podle nějaké teorie, a ostatní jsou nesprávně ohodnoceny a nejsou v rovnováze.

Je důležité poznamenat, že investoři se nebudou shodovat v tom, které cenné papíry jsou nesprávně ohodnoceny. Někteří investoři mohou mít pocit, že daný cenný papír je příliš levný, jiní zase, že je příliš drahý. Další se mohou domnívat, že je ohodnocen správně.

Jeden důležitý závěr je, že cenný papír nemusí být nesprávně oceněn, i když si někteří investoři myslí, že je nesprávně oceněn. Mějte na paměti, že následující výklad je prováděn z pohledu jednoho investora, jehož stanovisko nemusí být sdíleno již žádným dalším investorem.

□ 8.9.1 Alfa

Rozsah investorovy víry v nesprávné ohodnocení cenného papíru může být měřen jako *alfa*. Myšlenka spočívá ve srovnání očekávané výnosnosti cenného papíru označené r_i s rovnovážnou očekávanou výnosností cenného papíru označenou v rovnici (8.15) $\bar{r}_i^e$. Rovnovážná očekávaná výnosnost cenného papíru je taková, jaká by „měla být“, kdyby byl cenný papír ohodnocen správně.

Konkrétně, alfa cenného papíru je rozdíl mezi očekávanou výnosností a příslušnou (rovnovážnou) očekávanou výnosností:

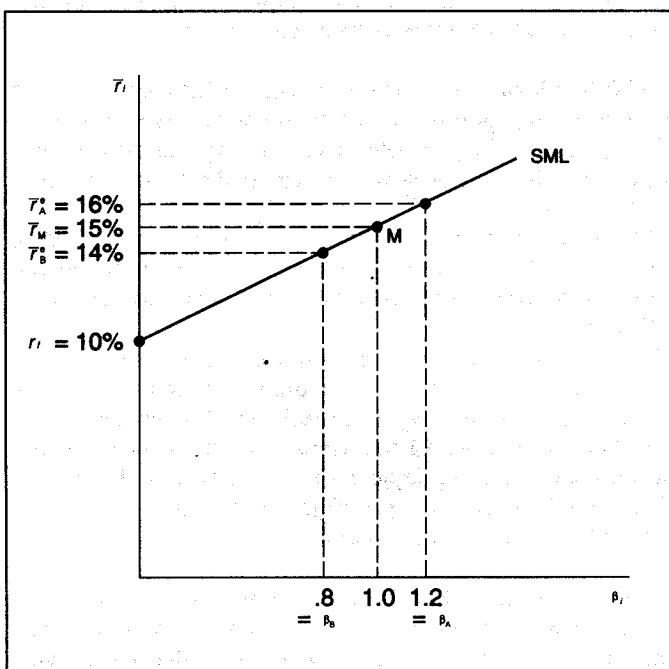
$$\alpha_i = \bar{r}_i - r_i^e \quad (8.26)$$

Cenný papír bude tedy nesprávně ohodnocen a v nerovnováze, jestliže podle mínění investora bude mít nenulové alfa, protože potom se nebude jeho očekávaná výnosnost r_i rovnat jeho rovnovážné očekávané výnosnosti r_i^e . (Jak může investor postupovat při odhadování alfa cenného papíru, je probíráno v kapitole 16.)

Rovnice (8.15) udává hodnotu rovnovážné očekávané výnosnosti libovolného cenného papíru podle CAPM. Rovnice (8.26) tedy může být přepsána nahrazením pravé strany rovnice (8.17) za r_i^e v rovnici (8.26), což vede na:

$$\alpha_i = \bar{r}_i - [r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i] \quad (8.27)$$

OBRÁZEK 8.6
Alfa cenných papírů.



Rovnice (8.27) ukazuje, že investor bude považovat cenný papír za nesprávně ohodnocený podle CAPM, jestliže si bude myslet, že má nenulové alfa. Tato situace nastane, když investor odhadl, že výnosnost cenného papíru bude r_i , ale zjistil, že se liší od $r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i$.

Pokračujme v předchozím příkladu a představme si, že u dvou cenných papírů, které byly označovány A a B, investor stejně jako předtím odhaduje jejich beta po řadě na 1,2 a 0,8. Avšak tento investor odhadl očekávanou výnosnost cenného papíru A v nadcházející periodě držení na 18%. Podle rovnice (8.27) věří, že cenný papír je nesprávně ohodnocen, neboť má nenulové alfa rovné $+2\% = 18\% - 16\%$. (Připomeňme, že dříve již bylo ukázáno, že libovolný cenný papír s beta 1,2 má rovnovážnou očekávanou výnosnost 16%.)

Investor odhadoval očekávanou výnosnost cenného papíru B na 13%. Při zaregistrování skutečnosti, že má nenulové alfa $-1\% = 13\% - 14\%$, to znamená, že věří v nesprávné ohodnocení tohoto cenného papíru B.

Obrázek 8.6 graficky ilustruje tento příklad. Protože očekávanou výnosnost tržního portfolia jsme předpokládali 15% a bezrizikovou sazbu 10%, bude umístění SML stejné jako na obrázku 8.3. Jak již bylo dříve řečeno, SML ukazuje, že libovolný cenný papír, který má beta 1,2 a je správně ohodnocen, bude mít očekávanou výnosnost 16%. Podobně libovolný cenný papír, který má beta 0,8 a je správně ohodnocen, bude mít očekávanou výnosnost 14%.

Z obrázku 8.6 je vidět, že při použití CAPM bude alfa cenného papíru rovno svislé vzdálenosti od (pod nebo nad) SML. Cenný papír s pozitivním odhadovaným alfa (jako A) bude ležet nad SML a bude považován za podhodnocený. Cenný papír s negativním odhadovaným alfa (jako B) bude ležet pod SML a bude považován za nadhodnocený. Cenné papíry, které budou považovány za správně ohodnocené budou mít odhadované alfa rovné nule a budou ležet na SML.

□ 8.9.2 Proces generující výnosnost

Rovnici (8.27) lze přepsat jako:

$$\bar{r}_i - r_f = \alpha_i + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i \quad (8.28)$$

a ukázat, že očekávaná nadměrná výnosnost cenného papíru v nadcházející periodě držení má dvě části, které se rovnají součtu (1) alfa cenného papíru a (2) součinu očekávané nadměrné výnosnosti tržního portfolia a beta cenného papíru.

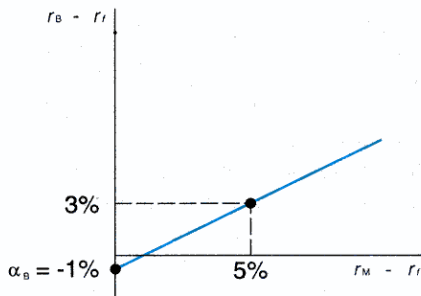
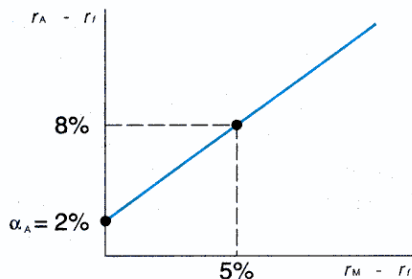
Rovnice (8.28) však není modelem skutečné nadměrné výnosnosti cenného papíru v nadcházející periodě držení. Pro tento účel je použit proces generující výnosnost opírající se o rovnici (8.28):

$$r_i - r_f = \alpha_i + (r_M - r_f)\beta_i + \epsilon_i \quad (8.29)$$

Je vidět, že až na alfa (α_i) je tento proces generující výnosnost shodný s procesem v rovnici (8.17). V případech, kdy je alfa nulové, jsou tyto procesy identické. Proto je rovnice (8.29) známa jako *charakteristická přímka* cenného papíru se speciálním případem (8.17), kdy alfa je rovno nule.

Charakteristická přímka cenného papíru i , která je dána rovnicí (8.29) říká, že skutečnou nadměrnou výnosnost tohoto cenného papíru si můžeme představit složenou ze tří částí. První komponenta je rovna alfa cenného papíru. Druhá komponenta je rovna skutečné nadměrné výnosnosti tržního portfolia vynásobené koeficientem beta cenného papíru. Třetí komponenta je rovna výsledku náhodné chyby.

V případě investora, který odhadoval, že alfa a beta cenného papíru A jsou po řadě rovny 2% a 1,2, bude charakteristická přímka tohoto cenného papíru popsána rovnicí:

**OBRÁZEK 8-7**

Charakteristické přímky (při nerovnováze).

$$r_A - r_f = 2\% + [(r_M - r_f) \times 1,2] + \epsilon_A \quad (8.30a)$$

Skutečná nadměrná výnosnost cenného papíru A se bude skládat z alfa 2%, z nadměrné výnosnosti tržního portfolia vynásobené 1,2 a z náhodné chyby.

Podobně bude charakteristická přímka cenného papíru B popsána rovnicí:

$$r_B - r_f = -1\% + [(r_M - r_f) \times 0,8] + \epsilon_B \quad (8.30b)$$

neboť jeho alfa a beta byly po řadě odhadnuty na -1% a $0,8$.

□ 8.9.3 Kreslení charakteristických přímek

Plná čára v části (a) obrázku 8.7 graficky znázorňuje charakteristickou přímku cenného papíru A. Tato přímka odpovídá procesu generujícímu výnosnost popsanému rovnicí (8.30a), ale bez náhodné chyby. Graf charakteristické přímky cenného papíru A tedy odpovídá následující rovnici:

$$r_A - r_f = 2\% + [(r_M - r_f) \times 1,2]$$

Na svislé ose je zde očekávaná nadměrná výnosnost určitého cenného papíru ($r_A - r_f$) a na vodorovné ose je očekávaná nadměrná výnosnost tržního portfolia ($r_M - r_f$). Přímka prochází dvěma body. Za prvé je to bod na svislé ose odpovídající hodnotě alfa, v našem případě 2% . Za druhé přímka prochází bodem, který odpovídá předvídané očekávané nadměrné výnosnosti cenného papíru ($18\% - 10\% = 8\%$) a tržního portfolia ($15\% - 10\% = 5\%$). Měli bychom poznamenat, že tato přímka bude mít směrnici shodnou s beta cenného papíru, které je v tomto případě $1,2$.²⁴

Část (b) obrázku 8.7 prezentuje graf charakteristické přímky cenného papíru B:

$$r_B - r_f = -1\% + [(r_M - r_f) \times 0,8]$$

Tato přímka prochází bodem na svislé ose odpovídajícím hodnotě alfa cenného papíru B, v našem případě -1% . Prochází také bodem, který odpovídá předvídané očekávané nadměr-

²⁴ Směrnice je rovna $(8\% - 2\%)/(5\% - 0\%) = 1,2$, což je beta cenného papíru.

né výnosnosti cenného papíru ($13\% - 10\% = 3\%$) a tržního portfolia ($15\% - 10\% = 5\%$) a bude mít směrnici shodnou s beta cenného papíru *B*, které je v tomto případě 0,8.

Tyto dvě charakteristické přímky jsou podobné těm, které již byly ukázány dříve na obrázku 8.5. Obě sady charakteristických přímek mají shodné příslušné směrnice, neboť tyto směrnice odpovídají beta cenných papírů a tyto beta jsou stejné nezávisle na tom, zda je cenný papír správně nebo nesprávně ohodnocen. Jediným rozdílem je umístění svislých úseků. Na obrázku 8.5 jsme předpokládali, že oba cenné papíry byly správně ohodnoceny a měly tedy alfa rovno nule. Výsledkem byly charakteristické přímky, které procházely počátkem. Jestliže si však myslíme, že cenné papíry jsou ohodnoceny nesprávně, potom budou mít nenulové alfa a jejich charakteristické přímky budou mít nenulový úsek na svislé ose, který odpovídá jejich alfa, jak je vidět z obrázku 8.7. Proto jsou charakteristické přímky na obrázku 8.7 rovnoběžné s charakteristickými přímkami na obrázku 8.5.

Stejně jako na obrázku 8.5 naznačuje náhodná chyba, že pro danou výnosnost tržního portfolia bude skutečná výnosnost cenného papíru ležet mimo charakteristickou přímku. Představme si například, že skutečné nadměrné výnosnosti cenných papírů *A* a *B* budou po řadě 9% a 11%, zatímco skutečná nadměrná výnosnost tržního portfolia bude 10%. V tomto případě se bude skutečná nadměrná výnosnost *A* a *B* skládat ze tří komponent podle toho, jak investor považoval zpočátku tyto cenné papíry za nesprávně ohodnocené:

	CENNÝ PAPIR A	CENNÝ PAPIR B
Alfa	2%	-1%
Skutečná nadměrná výnosnost tržního portfolia x beta	$12\% = 10\% \times 1,2$	$8\% = 10\% \times 0,8$
Výsledek náhodné chyby	$-5\% = 9\% - (2\% + 12\%)$	$4\% = 11\% - (-1\% + 8\%)$
Skutečná nadměrná výnosnost	9%	11%

V tomto případě bychom si mohli představit, že kola rulety cenných papírů *A* a *B* se po roztočení zastavila na hodnotách (tj. výsledcích náhodných chyb) -5% pro *A* a +4% pro *B*. Na tyto hodnoty můžeme pohlížet jako na svislé vzdálenosti skutečných výnosností každého cenného papíru od odpovídajících charakteristických přímek po uplynutí periody držení. Všimněte si, jak se tyto výsledky náhodných chyb liší od těch, které byly ukázány dříve pro investora, který si myslel, že jsou cenné papíry správně ohodnoceny. Konkrétně se liší o hodnotu alfa, neboť správně ohodnocené cenné papíry mají nulové alfa.

8.10 URČENÍ EFEKTIVNÍ MNOŽINY

V kapitole 7 bylo ukázáno, že tangenciální portfolio odpovídá bodu, kde se přímka vycházející z bezrizikové sazby dotkne zakřivené efektivní množiny rizikových cenných papírů. Aby však investor určil umístění a skladbu tangenciálního portfolia, musí odhadnout očekávanou výnosnost všech cenných papírů stejně jako jejich rozptyly a párové kovariance. To umožní investorovi zkonstruovat zakřivenou Markowitzovu efektivní množinu. Přidání bezrizikové sazby umožní dále identifikovat tangenciální portfolio a tím je umožněna konstrukce lineární (tj. přímkové) efektivní množiny. V tomto okamžiku již může být identifikováno optimální portfolio zaznamenáním bodu, kde se investorovy křivky indiference dotýkají lineární efektivní množiny.

Na konstrukci této lineární efektivní množiny je potřeba značného úsilí. Za prvé musí být odhadnuta očekávaná výnosnost každého cenného papíru. Je-li dáno *N* rizikových cenných papírů, musí být odhadnuto *N* parametrů. Za druhé musí být odhadnut rozptyl pro každý cenný papír. Opět, protože se jedná o *N* cenných papírů, musí být odhadnuto dalších *N* parametrů. Za třetí musí být odhadnuty kovariance mezi všemi dvojicemi rizikových cenných papírů. Těchto parametrů je $(N^2 - N)/2$.²⁵ Nakonec musí být určena bezriziková sazba.

To znamená, že celkový počet parametrů, které musejí být odhadnuty se rovná $(N^2 + 3N + 2)/2$:

Očekávané výnosnosti	N
Rozptyly	$\frac{N}{N^2 - N}$
Kovariance	$\frac{2}{2}$
Bezriziková sazba	$\frac{1}{1}$
Celkem	$\frac{N^2 + 3N + 2}{2}$

Kdybychom například uvažovali 100 rizikových cenných papírů, potom bychom museli odhadnout $[100^2 + (3 \times 100) + 2]/2 = 5151$ parametrů, ve kterých by bylo 100 očekávaných výnosností, 100 rozptylů, 4.950 kovariancí a bezriziková sazba. Tyto parametry mohou být odhadnuty jeden po druhém. Je to tedy úkol značně časově náročný, pokud není prakticky vzato nemožný. Alternativně je možno použít aproximativní přístup založený na charakteristických přímkách.²⁶

Podle „přístupu pomocí charakteristických přímk“ musí být nejprve odhadnuta bezriziková sazba a očekávaná výnosnost tržního portfolia. Potom musí být odhadnuty alfa a beta koeficienty každého cenného papíru. Zde se jedná o $(2 + 2N)$ odhadovaných parametrů (2 pro r_f a $\bar{r}_M$; $2N$ pro alfa a beta každého cenného papíru). Potom mohou být tato čísla použita pro odhad očekávaných výnosností každého cenného papíru pomocí rovnice (8.28) upravené následovně:

$$\bar{r}_i = \alpha_i + [r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i] \tag{8.31}$$

Dříve již byla stanovena bezriziková sazba na 10% a očekávaná výnosnost tržního portfolia byla odhadnuta na 15%. Při těchto zadaných číslech byla odhadnuta očekávaná výnosnost cenného papíru A na 18%, neboť alfa a beta tohoto cenného papíru byly odhadnuty po řadě na 2% a 1,2:

$$\begin{aligned} \bar{r}_A &= 2\% + \{10\% + [(15\% - 10\%) \times 1,2]\} \\ &= 18\% \end{aligned}$$

Podobně může být odhadnuta očekávaná výnosnost cenného papíru B na 13%, neboť alfa a beta tohoto cenného papíru byly odhadnuty po řadě na -1% a 0,8:

$$\begin{aligned} r_B &= 2\% + \{10\% + [(15\% - 10\%) \times 0,8]\} \\ &= 13\% \end{aligned}$$

²⁵ K tomuto číslu jsme došli následujícím způsobem. Kovarianční matice má N řádků a N sloupců, neboli obsahuje N^2 odhadovaných prvků. Prvky na diagonále obsahují N rozptylů, o kterých jsme se již zmínili. Zbývá tedy $(N^2 - N)$ odhadovaných parametrů. Protože kovarianční matice je symetrická, stačí odhadovat pouze kovariance pod diagonálou (protože se nad diagonálou objevují shodné prvky na odpovídajících místech). Zbývá tedy odhadnout $(N^2 - N)/2$.

²⁶ Je to přibližný přístup, protože činí řadu předpokladů a některé z nich jsou diskutabilní. Například tento přístup předpokládá, že náhodné chyby dvou různých cenných papírů jsou nekorelované (tento předpoklad byl potřebný při odvozování rovnice (8.24b)). To znamená, že výsledek pro roztocení kola rulety pro jeden cenný papír (např. Mobil) nemá žádný vliv na výsledek pro roztocení kola rulety pro libovolný jiný cenný papír (např. Exxon). Lze tvrdit, že toto není splněno pro některé cenné papíry v určitých odvětvích. Viz Benjamin F.King, „Market and Industry Factors in Stock Price Behavior“, *Journal of Business* 39, No.1 (January 1966):139-70; a James L. Farrell,Jr., „Analyzing Covariation of Returns to Detrmine Homogeneous Stock Groupings“, *Journal of Business* 47, No.2 (April 1974): 186-207.

Použitím přístupu pomocí charakteristických přímků může být odhadnut rozptyl libovolného cenného papíru i vynásobením čtverce beta cenného papíru rozptylem tržního portfolia a přičtením rozptylu náhodné chyby k součinu. Příslušná rovnice má tvar:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\epsilon i}^2 \quad (8.32)$$

kde σ_M^2 označuje rozptyl tržního portfolia a $\sigma_{\epsilon i}^2$ označuje rozptyl náhodné chyby cenného papíru i .

Za předpokladu, že rozptyl tržního portfolia je 49, budou rozptyly cenných papírů A a B odhadnuty následovně:

$$\sigma_A^2 = (1,2^2 \times 49) + 6,06^2$$

$$= 107,28$$

$$\sigma_B^2 = (0,8^2 \times 49) + 4,76^2$$

$$= 54,02$$

To znamená, že směrodatné odchylky těchto cenných papírů jsou odhadovány po řadě na 10,38% = $\sqrt{107,28}$ a 7,35% = $\sqrt{54,02}$.

Nakonec mohou být odhadnuty kovariance mezi cennými papíry i a j jako součin tří čísel: beta cenného papíru i , beta cenného papíru j a rozptylu tržního portfolia. Může být použit následující vzorec:

$$\sigma_{ij} = \beta_i \beta_j \sigma_M^2 \quad (8.33)$$

Odhadovaná kovariance cenných papírů A a B by tedy byla rovna:

$$\sigma_{AB} = 1,2 \times 0,8 \times 49$$

$$= 47,04$$

Přístup pomocí charakteristických přímek se používá k odhadu očekávaných výnosností, rozptylů a kovariancí a vyžaduje předchozí určení následujících parametrů:

Bezriziková sazba	1
Očekávaná výnosnost tržního portfolia	1
Rozptyl tržního portfolia	1
Alfa každého cenného papíru	N
Beta každého cenného papíru	N
Rozptyl náhodné chyby každého cenného papíru	N
Celkem	$3N + 3$

Pro 100 rizikových cenných papírů musí být tedy odhadnuto $(3 \times 100) + 3 = 303$ parametrů, jestliže použijeme přístup pomocí charakteristických přímek k určení efektivní množiny a tangenciálního portfolia. Pomocí tohoto přístupu je po odhadnutí 303 parametrů jednoduchou záležitostí použít rovnice (8.31), (8.32) a (8.33) k odhadu očekávaných výnosností, rozptylů a kovariancí rizikových cenných papírů. Alternativně by mohly být, jak již bylo řečeno dříve, očekávané výnosnosti, rozptyly a kovariance odhadnuty jedna po druhé. V tomto případě by bylo nutno odhadnout 5.151 parametrů. Jak je z uvedeného příkladu

vidět, přístup pomocí charakteristických přímek vede ke značnému snížení počtu odhadovaných parametrů.

Při přístupu pomocí charakteristických přímek (nebo při přístupu jedna po druhé) mohou být po odhadnutí očekávaných výnosností, rozptylů a kovariancí vloženy uvedené hodnoty spolu s bezrizikovou sazbou do počítače. Počítač potom může s využitím „algoritmu kvadratického programování“ (například takového, jaký byl popsán v Dodatku A ke kapitole 7) identifikovat skladbu a umístění tangenciálního portfolia. Když je to hotovo, může být určeno umístění lineární efektivní množiny jednoduchým nakreslením spojnice mezi bezrizikovou sazbou a tangenciálním portfoliem. V tomto stadiu může být stanoveno investorovo optimální portfolio zaznamenáním bodu, kde se jedna z investorových křivek indiference dotýká (ale neprotíná) lineární efektivní množiny.

8.11 SOUHRN

Model stanovení cen kapitálových aktiv je ekonomickým modelem, který popisuje, jak jsou stanovovány ceny cenných papírů na trhu. Má svoje kořeny v normativním přístupu očekávaná hodnota – rozptyl, který byl poprvé odvozen Markowitzem. Znamená to, že za určitých předpokladů, mezi které patří i to, že všichni investoři se řídí Markowitzovým přístupem, lze ukázat, že očekávaná výnosnost cenného papíru je pozitivně lineárně svázána s úrovní jeho beta. Jednoduše řečeno, čím vyšší je beta cenného papíru, tím vyšší je očekávaná výnosnost. Beta cenného papíru je proto podstatnou mírou rizika cenného papíru. Na druhé straně, směrodatná odchylka (nebo rozptyl) cenného papíru není podstatnou mírou rizika cenného papíru.

Intuitivní argumentace podporující CAPM říká, že každého investora zajímá směrodatná odchylka portfolia, které drží. Protože každý investor drží tržní portfolio, obvykle ve spojení s vypůjčováním nebo se zapůjčováním za bezrizikovou sazbu, znamená to, že investoři se zajímají o směrodatnou odchylku tržního portfolia. Jednotlivé cenné papíry jsou ohodnocovány podle toho, jak přispívají ke směrodatné odchylce tohoto portfolia. Protože tento příspěvek může být měřen pomocí beta cenného papíru, je zřejmé, že podstatnou mírou rizika cenného papíru je jeho beta.

Z toho vyplývá, že investoři budou uvažovat o držení cenného papíru s vyšším beta pouze tehdy, když budou očekávat vyšší výnosnost. V určitém smyslu musejí být investoři povzbuzováni k držení rizikovějších cenných papírů a povzbuzení, které požadují, je to, aby tyto cenné papíry měly vyšší hodnotu očekávané výnosnosti.

Lze pozorovat analogii mezi předpovídáním výnosnosti daného cenného papíru a předpovídáním zítřejší nejvyšší teploty na daném místě. Pro uskutečnění předpovědi očekávané nejvyšší teploty potřebují meteorologové určitý model. Podobně potřebují investoři určitý model pro odhad očekávané výnosnosti cenného papíru. Takovým modelem je verze SML popsaná rovnicí (8.28). Člen alfa zde byl zaveden jako míra velikosti nesprávného ocenění cenného papíru. Pozitivní hodnoty alfa indikují podhodnocení; negativní hodnoty alfa indikují nadhodnocení. V rovnováze budou všechny cenné papíry správně ohodnoceny a jejich alfa budou tedy rovny nule.

Model skutečné nejvyšší teploty, která zítra nastane, si můžeme představit ve stejném tvaru jako model očekávané nejvyšší teploty s výjimkou toho, že se týká skutečného výsledku a obsahuje náhodnou chybu. Proces generující výnosnost, známý pod názvem charakteristická přímka a uvedený v rovnici (8.29), umožňuje podobný způsob uvažování o skutečné výnosnosti, která nastane u daného cenného papíru v nadcházející periodě držení. Existují tedy dva modely jak pro meteorologa, tak pro investora. Pro meteorologa existuje jeden model pro očekávanou nejvyšší teplotu a jeden pro skutečnou nejvyšší teplotu. Pro investo-

ra existuje jeden model pro očekávanou výnosnost (jako je verze SML) a jeden pro skutečnou výnosnost (jako jsou charakteristické přímky).

Budeme-li považovat charakteristickou přímku za dostatečně přesný proces generující výnosnost cenných papírů, lze ukázat, že celkové riziko portfolia má dvě komponenty – tržní riziko a jedinečné riziko. Zvýšená diverzifikace typicky povede ke snížení celkového rizika portfolia, dokud portfolio nebude obsahovat zhruba 20 cenných papírů. Lze to přičíst na vrub snížení velikosti jedinečného rizika přítomného v portfoliu, neboť zvýšená diverzifikace vede k průměrování tržního rizika. Jakmile však portfolio obsahuje zhruba 20 cenných papírů, je většina jedinečného rizika již eliminována a další diverzifikace nebude mít znatelný vliv na celkové riziko portfolia.

Jsou-li ceny cenných papírů stanovovány podle CAPM, je investorovo optimální portfolio tvořeno nákupem tržního portfolia a využitím buď bezrizikového zapůjčování nebo bezrizikového vypůjčování. Zavedeme-li nerovnováhu, při které investor věří, že některé cenné papíry mají nenulové alfa, stane se určení investorova optimálního portfolia složitější záležitostí. Jak bylo v této kapitole ukázáno, jeden z přístupů, který je založen na CAPM, spočívá ve využití pojmu charakteristická přímka. Tento přístup zjednodušuje odhady potřebné k určení skladby a umístění tangenciálního portfolia, tedy portfolia, které by mělo být zakoupeno (alespoň částečně) investorem.

DODATEK A

NĚKTERÉ ROZŠÍŘENÉ VERZE CAPM

Původní model stanovení cen kapitálových aktiv činí silné předpoklady a vyvozuje silné závěry. Od doby jeho vzniku byly navrženy složitější modely. Tyto modely obecně spočívají v uvolnění některých předpokladů spojených s původním CAPM a často se na ně odkazuje jako na *rozšířené verze CAPM* (nebo rozšířené modely stanovení cen kapitálových aktiv). Některé z nich jsou popsány v tomto dodatku, další jsou popsány v kapitole 9.

A.1 EFEKTIVNÍ INVESTIČNÍ POLITIKA

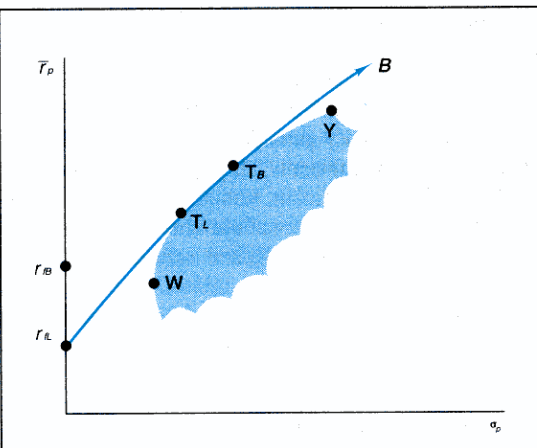
PŘI OMEZENÉM NEBO DRAHÉM VYPŮJČOVÁNÍ

☐ A.1.1 Přímka kapitálového trhu

Původní CAPM předpokládá, že investoři mohou zapůjčovat nebo si vypůjčovat při stejné bezrizikové úrokové sazbě. Ve skutečnosti pravděpodobně takové vypůjčování nebude dostupné nebo bude omezeno množstvím. Jaký vliv na CAPM by mohlo mít uvolnění předpokladu o bezrizikovém vypůjčování?

Obvyklé odpovědi na tuto otázku uvádějí následující alternativní předpoklady: (1) investoři mohou zapůjčovat peníze bezrizikově – tj. mohou nakupovat aktiva, která poskytují bezrizikovou výnosnost r_{fL} ; nebo (2) investoři si mohou vypůjčovat peníze bez omezení za vyšší úrokovou sazbu r_{fB} . Tyto bezrizikové sazby jsou zobrazeny na svislé ose obrázku 8.8; „oblast deštníku“ reprezentuje kombinace riziko – výnosnost, které jsou použité pro investování jen do čistě rizikových cenných papírů.²⁷

Když nebude žádná příležitost k vypůjčení nebo zapůjčení při bezrizikové sazbě, bude efektivní množinou křivka $WT_L T_B Y$ a mnoho kombinací rizikových cenných papírů bude efektivních. Dostupnost bezrizikového zapůjčování při sazbě r_{fL} však dělá z portfolií mezi W a T_L neefektivní portfolia, protože kombinace bezrizikového zapůjčování a portfolia zakresleného v T_L poskytují vyšší výnosnost při stejném riziku.



OBRÁZEK 8.8

Efektivní množina pro různé bezrizikové sazby.

Podobně možnost vypůjčit si peníze při sazbě r_{fB} staví jiné portfolio označené T_L do popředí naší pozornosti. Riziková portfolia mezi T_B a Y jsou nyní neefektivní, protože spekulativní držení T_B poskytuje vyšší výnosnost při stejném riziku.

Investoři s postojem k riziku, který nedoporučuje ani vypůjčení ani zapůjčení, by měli držet efektivní kombinace rizikových cenných papírů nakreslených podél křivky T_L T_B . Jejich portfolia by měla být sestavena přesně tak, aby odpovídala stupni jejich odporu k riziku.

Za této situace je CML tvořena dvěma přímkami a křivkou, odpovídajícím přímce z r_{fL} do T_L , potom křivce z T_L do T_B a nakonec přímce přesahující T_B na obr. 8.8.

□ A.1.2 Příмка trhu cenných papírů

Co se stane s přímkou trhu cenných papírů, když sazba bezrizikového vypůjčování bude převyšovat sazbu bezrizikového zapůjčování? Odpověď závisí na tom, zda tržní portfolio je skutečně jednou z efektivních kombinací rizikových cenných papírů podél hranice mezi T_L a T_B na obrázku 8.8.²⁸ Není-li, lze říci jen málo. Je-li však takovou kombinací, lze toho říci mnoho.

Obrázek 8.9 ukazuje případ, kdy tržní portfolio (označené bodem M) je efektivní. V části (a) byla zakreslena tečna k efektivní množině v bodě M . Když tuto přímku prodloužíme na svislou osu, označíme výsledný úsek $\bar{r}_z$. V části (b) je ukázána pouze tato tečna.

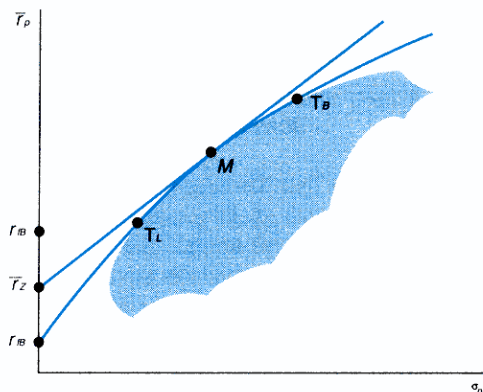
Nápadnou charakteristikou obrázku 8.9(b) je toto: Je to přesně stejný obrázek, který bychom dostali na trhu, na kterém by si investoři mohli vypůjčovat a půjčovat neomezeně při bezrizikové sazbě rovné hodnotě $\bar{r}_z$. I když by byl z přímky vycházející z bodu $\bar{r}_z$ použitelný pouze bod M , očekávané výnosnosti rizikových cenných papírů by byly shodné s těmi, které bychom dostali na hypotetickém trhu s vypůjčováním a půjčováním při bezrizikové sazbě $\bar{r}_z$. To znamená, že všechny rizikové cenné papíry (a portfolia sestávající z těchto cenných papírů) by byla zakreslena podél SML procházející bodem $\bar{r}_z$, jak ukazuje obrázek 8.10.

Svislý úsek SML označuje očekávanou výnosnost cenného papíru nebo portfolia pro nulové beta. Proto se toto rozšíření CAPM nazývá *model stanovení cen kapitálových aktiv*

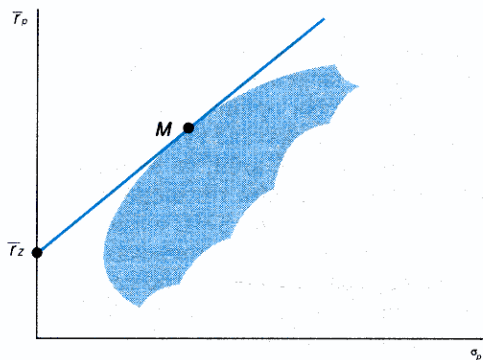
²⁷ Přesnější odvození tohoto obrázku je v Dodatku B ke kapitole 7.

²⁸ Kdyby investoři mohli dostat výtěžky z prodeje nakrátko a nebyla žádná omezení na takové prodeje, potom by tržní portfolio určitě leželo na efektivní množině mezi T_L a T_B .

(a) Nakreslení tečny v M



(b) Tečna v M



OBRÁZEK 8.9

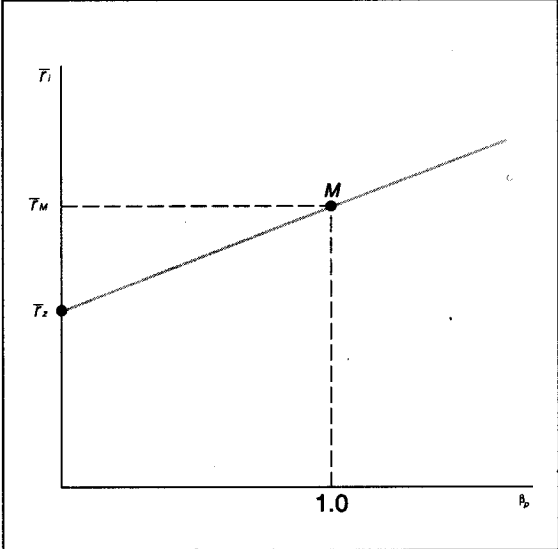
Riziko a výnosnost, když je tržní portfolio efektivní.

pro nulové beta (zero-beta capital asset pricing model). Tato verze CAPM ukazuje, že SML bude plošší než v původní verzi, neboť r_z leží nad r_{fL} . Prakticky to znamená, že r_z musí být odvozena z cen rizikových cenných papírů, protože nemůže být jednoduše nalezena mezi aktuálními kurzy pokladničních poukázek. Mnoho organizací, které SML odhadují, všeobecně shledává, že SML více odpovídá CAPM pro nulové beta než původnímu CAPM.

Případy, kdy vypůjčování je buď nemožné nebo je dražší v případě vypůjčení větší částky, vedou pouze k malým modifikacím těchto závěrů. Dokud je tržní portfolio efektivní, budou všechny cenné papíry ležet na SML, ale „výnosnost pro nulové beta“ bude přesahovat bezrizikovou sazbu, při které mohou být fondy investovány.

A.2 HETEROGENNÍ OČEKÁVÁNÍ

Řada výzkumníků zkoumala důsledky předpokladu, že různí investoři mají odlišné názory na očekávané výnosnosti, směrodatné odchylky a kovariance. Konkrétněji, předpoklad homogenních očekávání byl nahrazen těmito výzkumníky předpokladem *heterogenních očekávání*.



OBRÁZEK 8.10
 Přímkou trhu cenných papírů pro „nulové beta“.

V jedné takové studii bylo poznamenáno, že každý investor by používal efektivní množinu, která by pro něho byla jedinečná.²⁹ To znamená, že tangenciální portfolio (označené *T* v kapitole 7) by bylo pro každého investora jedinečné, neboť optimální kombinace rizikových cenných papírů investora závisí na jeho názorech na očekávané výnosnosti, směrodatné odchylky a kovariance. Navíc by investor pravděpodobně určil, že jeho tangenciální portfolio nebude obsahovat investice do určitých cenných papírů (tj. určité cenné papíry mohou mít nulový podíl na tangenciálním portfoliu). Přesto bude SML existovat. Bylo to ukázáno agregováním držení všech investorů a připomenutím, že v rovnováze bude cena každého cenného papíru odpovídat úrovni vyrovnané nabídky a potávky po cenném papíru. Nyní však bude rovnovážná očekávaná výnosnost každého cenného papíru složitým váženým průměrem názorů všech investorů na jeho výnosnost. To znamená, že z hlediska reprezentativního, tj. průměrného investora bude každý cenný papír ohodnocen správně a jeho očekávaná výnosnost (jak je vnímána investorem) bude lineárně a pozitivně záviset na jeho *beta*.

A.3 LIKVIDITA

Původní CAPM předpokládal, že se investoři zajímají pouze o riziko a výnosnost. Pro investory však mohou být důležité i jiné charakteristiky. Například může být důležitá *likvidita*. Zde likvidita znamená náklady na prodej nebo koupi cenného papíru „ve spěchu“. Dům je například považován za relativně nelikvidní investici, neboť „spravedlivá“ cena za něj nemůže být obvykle dosažena rychle. V pojmech cenných papírů může být likvidita měřena velikostí kurzového rozpětí; čím menší bude kurzové rozpětí tím větší bude likvidita. Dále je rozumné předpokládat, že mnoho investorů bude považovat portfolia s vyšší likviditou za přitažlivější, jestliže ostatní faktory budou shodné. Postoje investorů k likviditě se však nepochybně budou lišit. Pro některé je velmi důležitá; pro jiné má určitou důležitost; pro další má důležitost nepatrnou.

²⁹ John Lintner, „The Aggregation of Investor's Diverse Judgements and Preferences in Purely Competitive Security Markets“, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 4, No.4 (December 1969):347–400. Diskuse prací ostatních výzkumníků v této oblasti (a další rozšíření CAPM) jsou v kapitole 8 knihy Alexander a Francis, *Portfolio Analysis*.

Za těchto podmínek se budou ceny cenných papírů nastavovat tak dlouho, dokud budou investoři schopni absorbovat nabízené cenné papíry. Očekávaná výnosnost cenného papíru by závisela na dvou charakteristikách cenného papíru:

1. Marginální příspěvek cenného papíru k riziku efektivního portfolia. Byl by měřen dobře známým β_i cenného papíru.
2. Marginální příspěvek cenného papíru k likviditě efektivního portfolia. Byl by měřen likviditou (L_i) cenného papíru.

Za jinak stejných okolností mají investoři odpor k velkým hodnotám β_i , ale preferují velké hodnoty L_i . To znamená, že dva cenné papíry se stejným β , ale s různým stupněm likvidity nebudou mít stejnou úroveň očekávané výnosnosti. Abychom porozuměli, proč budou mít různé úrovně očekávané výnosnosti, uvažujme, co by se stalo, kdyby měly stejnou úroveň očekávané výnosnosti. Za této situace by investoři kupovali cenný papír s větší likviditou a prodávali ten s menší likviditou. To by zvedlo cenu prvního cenného papíru a snížilo cenu druhého cenného papíru. V rovnováze by se nakonec vyrovnalo poptávané množství s množstvím nabízeným a cenný papír s větší likviditou by měl relativně nižší očekávanou výnosnost. Podobně i dva cenné papíry se stejnou likviditou, ale s různými β , by neměly stejnou úroveň očekávané výnosnosti. Cenný papír s vyšším β by měl vyšší očekávanou výnosnost.

Na obrázku 8.11 je rovnovážný vztah, který by se dal očekávat mezi $\tilde{r}_i$, β_i a L_i . Pro danou úroveň β_i mají cenné papíry s vyšší likviditou nižší očekávanou výnosnost. Pro danou úroveň L_i mají rizikovější cenné papíry vyšší očekávanou výnosnost než v původním CAPM. Nakonec také existují cenné papíry s různými úrovněmi β_i a L_i , které dávají stejnou výnosnost $\tilde{r}_i$. Obrázek je trojrozměrný, protože nyní jsou očekávané výnosnosti dávány do relace se dvěma charakteristikami cenných papírů. Proto se někdy tomuto obrázku říká *plocha trhu cenných papírů*.³⁰

Kdyby byly očekávané výnosnosti závislé na β , likviditě a třetí charakteristice, potom by byl nutný čtyřrozměrný CAPM k popisu odpovídající rovnováhy.³¹ I když nemůžeme pro tento typ rozšířeného CAPM nakreslit diagram, můžeme napsat rovnici. Taková rovnice se analogicky s trojrozměrnou plochou nazývá *hyperplocha*.

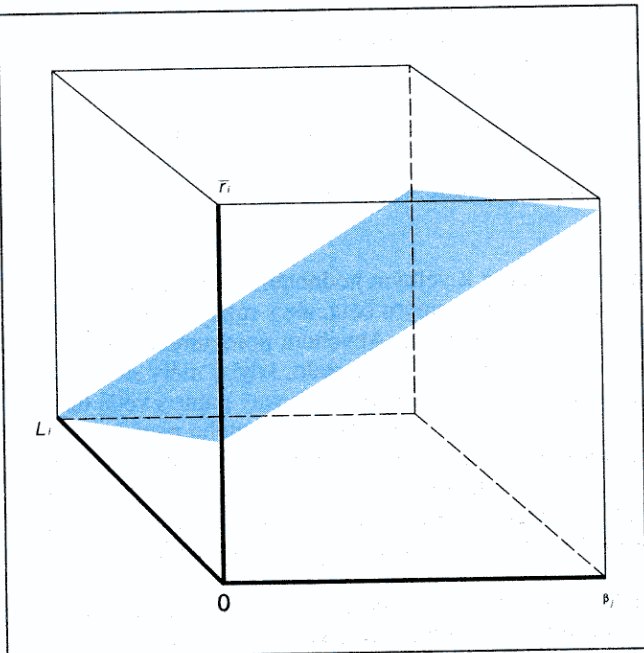
V rovnováze budou všechny cenné papíry ležet na hyperploše cenných papírů, kde každá osa měří příspěvek cenného papíru k charakteristice efektivních portfolií, které (v průměru) zajímají investory.

Vztah mezi očekávanou výnosností cenného papíru a jeho příspěvkem k určité charakteristice efektivních portfolií závisí na postojích investorů k této charakteristice:

Když je v průměru nějaká charakteristika (například likvidita) oblíbená investory, potom ty cenné papíry, které více přispívají k této charakteristice budou, při jinak

³⁰ Termín plocha trhu cenných papírů (Security Market Plane) je obchodní značkou Wells Fargo Bank. Podrobnosti ke vztahu mezi likviditou a výnosností akcií viz Yakov Amihud a Haim Mendelson, „Liquidity and Stock Returns“, *Financial Analysts Journal* 42, No. 3 (May/June 1986): 43–48 a „Asset Pricing and the Bid–Ask Spread“, *Journal of Financial Economics* 17, No. 2 (December 1986): 223–249.

³¹ Před zákonem o daňové reformě z roku 1986 byly za takovou charakteristiku považovány daně, protože daňová sazba na příjmy z kapitálových zdrojů byla nižší než daňová sazba na příjmy z dividend. Při uvažování těchto daní byla podle jedné studie očekávaná výnosnost cenného papíru před zdaněním pozitivní lineární funkcí β a výnosnosti dividend. To znamená, čím vyšší bude β nebo výnosnost dividend cenného papíru tím vyšší bude výnosnost cenného papíru před zdaněním. Důvodem, proč by měly mít cenné papíry s vyšší výnosností dividend vyšší očekávanou výnosnost před zdaněním je to, že budou více zdaňovány. Viz M. J. Brennan, „Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy“, *National Tax Journal* 23, No. 4 (December 1970): 417–27. Otázka, zda dividendy ovlivňují očekávanou výnosnost před zdaněním, je sporná; je diskutována v kapitolách 15 a 16 v knize Thomas E. Copeland a J. Fred Weston, *Financial Theory and Corporate Policy* (Reading, Mass.: Addison–Wesley, 1988).



OBRÁZEK 8.11

Plocha trhu cenných papírů.

stejných atributech, nabízet nižší očekávanou výnosnost. Když naopak nějaká charakteristika (například beta) je investory neoblíbená, potom ty cenné papíry, které více přispívají k této charakteristice, budou nabízet vyšší výnosnost.

Na kapitálovém trhu s mnoha důležitými charakteristikami je úkol přizpůsobení portfolia specifickému investorovi komplikovanější, neboť pouze investor s průměrnými postoji a okolnostmi by měl držet tržní portfolio. Obecně:

Jestliže je pro investora některá charakteristika oblíbenější (nebo méně odporná) než pro průměrného investora, potom by měl investor držet portfolio s relativně větším podílem této charakteristiky, než kolik poskytuje držení tržního portfolio. Jestliže je naopak pro investora některá charakteristika méně oblíbená (nebo odpornější) než pro průměrného investora, potom by měl investor držet portfolio s relativně menším podílem této charakteristiky, než kolik poskytuje držení tržního portfolio.

Uvažujme například investora, který rád drží relativně likvidní portfolio. Tento investor by měl držet portfolio sestávající z relativně likvidních cenných papírů. Naopak investor, který má relativně malou potřebu likvidity by měl držet portfolio sestávající z relativně neliqidních cenných papírů.

Ta pravá kombinace „odklonění“ od tržních proporcí bude záviset na velikosti rozdílů mezi investorovými postoji a postoji průměrného investora i na dodatečném riziku spojeném s touto strategií. Složitý kapitálový trh vyžaduje zapojení všech nástrojů moderní teorie portfolia do správy peněz každého investora, který se významně liší od „průměrného investora“. Na druhé straně by měl v takovém světě být investiční management relativně pasivní: Po výběru počátečního portfolia by mělo docházet jen k malým a málo častým změnám.

Obrázek 8.12 ukazuje umístění přípustné množiny Markowitzova modelu společně s bezrizikovou sazbou a přidruženou efektivní množinou, která reprezentuje přímku kapitálového trhu. Uvnitř přípustné množiny Markowitzova modelu leží všechny jednotlivé rizikové cenné papíry. Pro analýzu byl zvolen libovolně vybraný cenný papír označený i a je na obrázku znázorněn.

Uvažujme libovolné portfolio označené p , které se skládá z proporce X_i investované do cenného papíru i a proporce $1 - X_i$ investované do tržního portfolia M . Takové portfolio bude mít očekávanou výnosnost rovnou:

$$\bar{r}_p = X_i \bar{r}_i + (1 - X_i) \bar{r}_M \quad (8.34)$$

a směrodatnou odchylku rovnou:

$$\sigma_p = [X_i^2 \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_M^2 + 2X_i(1 - X_i) \sigma_{iM}]^{1/2} \quad (8.35)$$

Všechna tato portfolia budou ležet na zakřivené čáře spojující i a M , jak je to nakresleno na obrázku 8.12.

Nás bude zajímat směrnice této zakřivené čáry. Protože se jedná o zakřivenou čáru, tato směrnice nebude konstantní. Může však být určena pomocí diferenciálního počtu. Nejprve určíme s použitím rovnice (8.34) derivaci r_p vzhledem k X_i :

$$\frac{d\bar{r}_p}{dX_i} = \bar{r}_i - \bar{r}_M \quad (8.36)$$

Za druhé s pomocí rovnice (8.35) určíme derivaci σ_p vzhledem k X_i :

$$\frac{d\sigma_p}{dX_i} = \frac{X_i \sigma_i^2 - \sigma_M^2 + X_i \sigma_M^2 + \sigma_{iM}^2}{[X_i^2 \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_M^2 + 2X_i(1 - X_i) \sigma_{iM}]^{1/2}} \quad (8.37)$$

Za třetí si všimneme, že můžeme zapsat směrnici zakřivené čáry iM , $d\bar{r}_p/d\sigma_p$, jako:

$$\frac{d\bar{r}_p}{d\sigma_p} = \frac{d\bar{r}_p/dX_i}{d\sigma_p/dX_i} \quad (8.38)$$

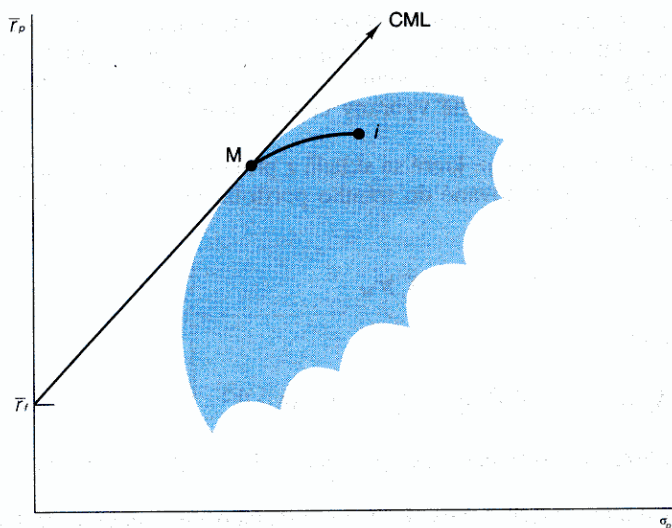
Nakonec vypočítáme směrnici iM dosazením rovnic (8.36) a (8.37) po řadě do čitatele a jmenovatele rovnice (8.38):

$$\frac{d\bar{r}_p}{d\sigma_p} = \frac{[\bar{r}_i - \bar{r}_M][X_i^2 \sigma_i^2 + (1 - X_i)^2 \sigma_M^2 + 2X_i(1 - X_i) \sigma_{iM}]^{1/2}}{X_i \sigma_i^2 - \sigma_M^2 + X_i \sigma_M^2 + \sigma_{iM}^2} \quad (8.39)$$

Zajímá nás směrnice zakřivené čáry iM v koncovém bodu M . Protože proporce X_i je v tomto bodu nula, může být směrnice iM vypočtena dosazením nuly za X_i v rovnici (8.39). Tím vypadne řada členů a zbyde:

$$\frac{d\bar{r}_p}{d\sigma_p} = \frac{[\bar{r}_i - \bar{r}_M][\sigma_M]}{\sigma_{iM} - \sigma_M^2} \quad (8.40)$$

V bodu M se směrnice CML, $(\bar{r}_M - r_f)/\sigma_M$, musí rovnat směrnici zakřivené čáry iM . Je to proto, že směrnice zakřivené čáry iM narůstá při pohybu z koncového bodu i a blíží se směrnici CML v koncovém bodu M . Proto je směrnice křivky iM v bodu M , jak je vypočte-



OBRÁZEK 8.12

Odvození přímky trhu cenných papírů.

na v rovnici (8.40), položena rovna směrnici CML:

$$\frac{[\bar{r}_i - \bar{r}_M][\sigma_M]}{\sigma_{iM} - \sigma_M^2} = \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \quad (8.41)$$

Řešení rovnice (8.41) vzhledem k r_i vede na kovarianční verzi SML:

$$\bar{r}_i = r_f + \left[\frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M^2} \right] \sigma_{iM} \quad (8.6)$$

Beta verze SML je odvozena dosazením β_i za σ_{iM}/σ_M^2 v rovnici (8.6).

OTÁZKY A PROBLÉMY

1. Bude muset investor, který vlastní tržní portfolio, kupovat nebo prodávat jednotky cenných papírů tvořících portfolio vždy, když se změní relativní ceny těchto cenných papírů? Proč?
2. Vysvětlíte význam směrnice SML. Jak by se mohla směrnice SML časem změnit?
3. Riziko efektivního portfolio pro investora je měřeno směrodatnou odchylkou výnosnosti portfolio. Proč by nemělo být riziko jednotlivých cenných papírů počítáno stejným způsobem?
4. Je pravda, že cenný papír s vysokou směrodatnou odchylkou výnosnosti není nutně vysoce rizikový pro investora? Proč byste mohli pochybovat o tom, že cenné papíry s nadprůměrnými směrodatnými odchylkami výnosností mají tendenci mít nadprůměrné beta?
5. Jsou dány následující informace o dvou cenných papírech, tržním portfolio a bezrizikové sazbě:

	Očekávaná výnosnost	Korelace s tržním portfoliem	Směrodatná odchylka
Cenný papír 1	15,5%	0,90	20,0%
Cenný papír 2	9,2	0,80	9,0
Tržní portfolio	12,0	1,00	12,0
Bezriziková sazba	5,0	0,00	0,0

a. Nakreslete SML.

b. Jaké jsou beta těchto dvou cenných papírů?

c. Zakreslete oba cenné papíry na SML.

6. Je investor, který vlastní libovolné jiné než tržní portfolio rizikových cenných papírů, vystaven nějakému jedinečnému riziku?

7. Uvažujte následující informace:

Cenný papír	Beta	Rovnovážná očekávaná výnosnost	Očekávaná výnosnost
A	1,75	21,0%	16,7%
B	1,20	16,6	24,0
C	1,30	17,4	17,4
D	0,75	13,0	16,0

Bezriziková úroková sazba je 7% a očekávaná výnosnost tržního portfolia je 15%.

a. Vypočítejte očekávané hodnoty alfa cenných papírů.

b. Nakreslete SML, očekávané výnosnosti cenných papírů a rovnovážné očekávané výnosnosti.

c. Jaká by měla být vaše investiční akce vzhledem ke každému z těchto cenných papírů?

8. Jaká bude směrodatná odchylka náhodné chyby spojené s charakteristickou přímkou při uvažování procesu generujícího výnosnost?

9. V následující tabulce jsou uvedeny údaje o nadměrné výnosnosti Hartford Inc. a tržního portfolia za deset let. Zakreslete tyto nadměrné výnosnosti do grafu, kde budou na vodorovné ose nadměrné výnosnosti tržního portfolia a na svislé ose nadměrné výnosnosti Hartford Inc.. Zakreslete váš nejlepší odhad charakteristické přímky. Pouze s použitím tohoto grafu vypočítejte odhad beta akcií Hartford.

Rok	Hartford Inc.	Tržní portfolio
1	8,1%	8,0%
2	3,0	0,0
3	5,3	14,9
4	1,0	5,0
5	-3,1	-4,1
6	-3,0	-8,9
7	5,0	10,1
8	3,2	5,0
9	1,2	1,5
10	1,3	2,4

10. Uvažujte akcie dvou společností, Atlanta Corp. a Birmingham Associates.

a. Když vám někdo řekne, že směrnice charakteristické přímky Atlanta Corp. je 1,20 a že směrnice charakteristické přímky Birmingham Associates je 1,00, které akcie jsou rizikovější? Proč?

b. Když se dále dozvíte, že směrodatná odchylka náhodné chyby akcií Atlanta je 10,0% a akcií Birmingham 21,5%, jak se vaše odpověď změní? Vysvětlíte.

11. Máte následující informace o třech akciích, které vytvářejí vaše portfolio. Kromě toho víte, že tržní portfolio má očekávanou výnosnost 13% a směrodatnou odchylku 18%. Bezriziková sazba je 5%.

Akcie	Beta	Směrodatná odchylka náhodné chyby	Váha v portfoliu
A	1,10	7,0%	20%
B	0,80	2,3	50
C	1,00	1,0	30

a. Jaká je rovnovážná očekávaná výnosnost portfolia?

b. Jaká je směrodatná odchylka portfolia?

12. Proč je přístup pomocí charakteristických přímek značně praktičtějším postupem pro konstrukci efektivní množiny než původní Markowitzův přístup?