KAPITOLA 9

FAKTOROVÉ MODELY A TEORIE STANOVENÍ CEN ARBITRÁŽÍ

Cílem moderní teorie portfolia je poskytnout prostředky, jejichž pomocí by investor mohl určit své optimální portfolio v případě, že je nekonečně mnoho možností. Použitím rámce spočívajícího ve využití očekávané výnosnosti a směrodatné odchylky bylo ukázáno, že investorovi stačí odhadnout očekávanou výnosnost a směrodatnou odchylku každého cenného papíru uvažovaného pro zahrnutí do portfolia a všechny jejich kovariance. S použitím těchto odhadů může investor odvodit zakřivenou Markowitzovu množinu. Potom může při zadané bezrizikové sazbě určit tangenciální portfolio a stanovit umístění lineární efektivní množiny. Nakonec může investor investovat do tangenciálního portfolia, vypůjčovat si nebo zapůjčovat při bezrizikové sazbě a velikost této částky přizpůsobit svým postojům k riziku.

V kapitole 8 byl uveden typ procesu generujícího výnosnost známého pod názvem charakteristická přímka. Existuje však mnoho jiných procesů generujících výnosnost cenných papírů. Tyto typy procesů se často nazývají *faktorové modely* (nebo indexové modely), protože tvrdí, že výnosnost cenného papíru je citlivá na pohyb různých *faktorů* (nebo indexů). Při pokusech přesně odhadnout očekávané výnosnosti, rozptyly a kovariance cenných papírů jsou tyto modely potenciálně užitečnější než charakteristické přímky. Ukazuje se totiž, že skutečné výnosnosti cenných papírů jsou citlivé na více než jen na pohyb tržního portfolia.[1] To znamená, že v ekonomice se zdá být více než jeden převažující faktor, který ovlivňuje výnosnost cenných papírů. Vyjdeme-li z toho, že existuje více než jeden faktor, bude cílem analýzy cenných papírů v ekonomice tyto faktory identifikovat a zjistit citlivost cenných papírů na jejich pohyb. Formalizace tohoto vztahu se nazývá *faktorový model výnosnosti cenných papírů*. Začneme u nejjednoduššího tvaru tohoto modelu, *jednofaktorového modelu*.

9.1 JEDNOFAKTOROVÉ MODELY

Někteří investoři tvrdí, že procesy generující výnosnost cenných papírů používají jediný faktor. Některé příklady tohoto jediného faktoru mohou být růst hrubého národního produktu (HNP) a růst průmyslové produkce. Obecně může být jednofaktorový model reprezentován rovnicí ve tvaru:

$$r_i = a_i + b_i F + e_i \tag{9.1}$$

[1] Viz například William F.Sharpe, „Factors in NYSE Security Returns, 1931-1979“, *Journal of Portfolio Management* 8, No.4 (Summer 1982): 5-19. Další studie jsou citovány v William F.Sharpe, „Factor Models, CAPMs and the ABT (sic),“ *Journal of Portfolio Management* 11, No.1 (Fall 1984): 21-25.

kde F je hodnota faktoru a b_i je *citlivost* cenného papíru i na tento faktor (někdy se b_i nazývá váha faktoru nebo atribut cenného papíru). Kdyby hodnota faktoru byla nulová, výnosnost cenného papíru by se rovnala $a_i + e_i$. e_i zde představuje stejnou náhodnou chybu, jaká byla popisována v kapitole 8. Je to náhodná veličina s nulovou očekávanou hodnotou a danou směrodatnou odchylkou $_{ei}$ a můžeme si ji představit jako výsledek roztočení kola rulety. To znamená, že podle jednofaktorového modelu může být zapsána očekávaná výnosnost cenného papíru ve tvaru:

$$\bar{r}_i = a_i + b_i\bar{F} \,. \tag{9.2}$$

Na člen a_i můžeme pohlížet jako na očekávanou výnosnost cenného papíru i, když očekávaná hodnota faktoru bude nula.

U jednofaktorového modelu lze také ukázat, že rozptyl libovolného cenného papíru i je roven:

$$\sigma_i^2 = b_i^2\sigma_F^2 + \sigma_{ei}^2 \tag{9.3}$$

kde σ_F^2 je rozptyl faktoru F a σ_{ei}^2 je rozptyl náhodné chyby e_i. Navíc kovariance mezi libovolnými dvěma cennými papíry i a j bude:

$$\sigma_{ij} = b_i b_j \sigma_F^2 \tag{9.4}$$

Rovnice (9.3) a (9.4) jsou založeny na dvou kritických předpokladech. Prvním předpokladem je, že náhodná chyba a faktor nejsou korelovány, což znamená, že hodnota faktoru nemá žádný vliv na hodnotu náhodné chyby. Druhým předpokladem je, že náhodné chyby libovolných dvou cenných papírů jsou nekorelované, což znamená, že hodnota náhodné chyby jednoho cenného papíru nemá žádný vliv na hodnotu náhodné chyby druhého cenného papíru. Jinými slovy, výnosnosti dvou cenných papírů budou korelované (tj. budou se pohybovat společně) pouze díky společné reakci na faktor. Když libovolný z těchto dvou předpokladů nebude splněn, bude model jen přibližný a teoreticky přesnějším modelem procesu generujícího výnosnost bude jiný faktorový model (možná i s více faktory).

Nyní lze ukázat, že charakteristická přímka je příkladem jednofaktorového modelu, kde faktorem je výnosnost tržního portfolia. V kapitole 8 se charakteristická přímka objevila jako:

$$r_i - r_f = \alpha_i + (r_M - r_f)\beta_i + \epsilon_i \tag{8.29}$$

kde α_i a β_i jsou po řadě alfa a beta cenného papíru a ϵ_i je náhodná chyba s nulovou očekávanou hodnotou a směrodatnou odchylkou σ_{ei}. Tato rovnice však může být přepsána jako:

$$\begin{aligned} r_i &= r_f + \alpha_i + (r_M - r_f)\beta_i + \epsilon_i \\ &= [\alpha_i + r_f(1 - \beta_i)] + \beta_i r_M + \epsilon_i \end{aligned} \tag{9.5}$$

Porovnáním rovnice (9.5) s obecným tvarem jednofaktorového modelu daného rovnicí (9.1) je vidět, že charakteristická přímka je příkladem jednofaktorového modelu, kde faktorem je výnosnost tržního portfolia (tj. $F = r_M$). Členy a_i a b_i jednofaktorového modelu je možné považovat rovné po řadě $[\alpha_i + r_f(1 - \beta_i)]$ a β_i.

Pro ilustraci uvažujme, že cenný papír i má $\alpha_i = +3\%$, $\beta_i = 0{,}9$. Při zadané bezrizikové sazbě 10% je charakteristická přímka cenného papíru:

$$r_i - 10\% = 3\% + [(r_M - 10\%) \text{x } 0{,}9] + \epsilon_i \tag{9.6}$$

a může být přepsána následovně:

$$r_i = 10\% + 3\% + [(r_M - 10\%)\text{x } 0{,}9] + \epsilon_i \tag{9.7}$$

$$= 4\% + 0{,}9 r_M + \epsilon_i$$

Všimněte si, že charakteristická přímka cenného papíru *i*, když je přepsána do tvaru (9.7), se podobá jednofaktorovému modelu ve tvaru rovnice (9.1), kde faktorem je výnosnost tržního portfolia (tj. $F = r_M$) a $a_i = 4\%$, $b_i = 0{,}9$ a $e_i = \epsilon_i$.

Jak už bylo dříve uvedeno, existují ještě další příklady jednofaktorových modelů. Investor může věřit, že je přesnější dívat se na cenný papír jako na papír závislý na jednom společném faktoru, jakým může být růst HNP. Pro tohoto investora je *F* růst HNP, b_i je citlivost cenného papíru *i* na růst HNP a a_i je očekávaná výnosnost cenného papíru *i* v případě nulového růstu HNP.

□ 9.1.1 Dvě důležité vlastnosti jednofaktorových modelů

Existují dvě zajímavé vlastnosti jednofaktorových modelů. Za prvé, při určování skladby tangenciálního portfolia musí investor odhadnout všechny očekávané výnosnosti, rozptyly a kovariance. To lze udělat při použití jednofaktorového modelu odhadnutím a_i, b_i a σe_i pro každý z *N* rizikových cenných papírů. Je také potřeba odhadnout očekávanou hodnotu faktoru *F* a jeho směrodatnou odchylku *F*. S použitím těchto odhadů můžeme pomocí rovnic (9.2), (9.3) a (9.4) následně vypočítat očekávané výnosnosti, rozptyly a kovariance cenných papírů. Tyto hodnoty potom použijeme pro určení Markowitzovy zakřivené efektivní množiny. Při zadané bezrizikové sazbě potom z této množiny může být určeno tangenciální portfolio.[2]

Druhá zajímavá vlastnost jednofaktorových modelů souvisí s diverzifikací. Dříve již bylo ukázáno, že diverzifikace vede k průměrování rizika trhu a k redukci jedinečného rizika. To také platí pro libovolný jednofaktorový model s tím rozdílem, že místo rizika trhu a jedinečného rizika se používají výrazy faktorové a nefaktorové riziko. To znamená, že v rovnici (9.3) je první člen na pravé straně znám jako *faktorové riziko* cenného papíru a druhý člen je znám jako *nefaktorové* (idiosynkratické) *riziko* cenného papíru.

V jednofaktorovém modelu je směrodatná odchylka portfolia rovna:

$$\sigma_p = \left[\left(\sum_{i=1}^{N} X_i b_i\right)^2 \sigma_F^2 + \sum_{i=1}^{N} X_i^2 \sigma_{ei}^2\right]^{1/2} \tag{9.8a}$$

$$= (b_p^2 \sigma_F^2 + \sigma_{ep}{}^2)^{1/2}$$

kde:

$$b_p = \sum_{i=1}^{N} X_i b_i \tag{9.8b}$$

$$\sigma_{ep}^2 = \sum_{i=1}^{N} X_i^2 \sigma_{ei}^2 \tag{9.8c}$$

[2] V případě charakteristické přímky to znamená, že investoři potřebují odhadnout α_i, β_i a σ_{ei} pro každý z *N* rizikových cenných papírů; je také potřebná očekávaná výnosnost tržního portfolia r_M, její směrodatná odchylka σ_M a bezriziková sazba r_f. Další podrobnosti naleznete v kapitole 8.

Rovnice (9.8a) ukazuje, že celkové riziko libovolného portfolia si můžeme představit složené ze dvou komponent, podobně jako celkové riziko jednotlivého cenného papíru v rovnici (9.3). Konkrétně: první a druhý člen na pravé straně rovnice (9.8a) jsou po řadě faktorové riziko a nefaktorové riziko portfolia.

Když je portfolio více diverzifikováno, tzn. počet cenných papírů v něm obsažených je větší, proporce X_i každého z nich se zmenšuje. To však nezpůsobí ani významné zmenšení, ani významné zvětšení b_p, pokud se do portfolia záměrně nezařadí cenné papíry s hodnotami b_i, které jsou po řadě buď nízké nebo vysoké. Důvod spočívá v tom, jak ukazuje rovnice (9.8b), že b_p je pouze váženým průměrem citlivostí cenných papírů b_i a hodnoty X_i a slouží jako váhy. *Diverzifikace tedy vede k průměrování faktorového rizika.*

Když se portfolio stává více diverzifikovaným, lze očekávat, že nefaktorové riziko σ^2_{ep} klesne. To lze ukázat vyšetřením rovnice (9.8c). Za předpokladu, že částka investovaná do každého cenného papíru je shodná, bude mít rovnice po dosazení $1/N$ za X_i tvar:

$$\sigma^2_{ep} = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{1}{N}\right]^2 \sigma^2_{ei}$$

$$= \frac{1}{N}\left[\frac{(\sigma^2_{e1} + \sigma^2_{e2} + \ldots + \sigma^2_{eN})}{N}\right].$$

Hodnota uvnitř závorky je průměrné nefaktorové riziko cenných papírů, které tvoří portfolio. Celkové nefaktorové riziko je však pouze $1/N$ této hodnoty, neboť člen $1/N$ se také objevuje před závorkou. Když se portfolio více diverzifikuje, počet cenných papírů N roste. To znamená, že $1/N$ se zmenšuje a tím se snižuje nefaktorové riziko portfolia. Jednoduše řečeno, *diverzifikace snižuje nefaktorové riziko.*[3]

9.2 VÍCEFAKTOROVÉ MODELY

Zdraví ekonomiky má vliv na většinu firem a změny očekávání týkající se budoucnosti ekonomiky budou mít pravděpodobně vliv na výnosnost většiny cenných papírů. Ekonomika však není jednoduchou monolitickou entitou. Mohli bychom identifikovat několik vlivů s převažujícími účinky:

1. Očekávání týkající se tempa růstu HNP.
2. Očekávání týkající se reálných úrokových sazeb.
3. Očekávání týkající se úrovně inflace.
4. Očekávání týkající se budoucích cen ropy.

Místo jednofaktorového modelu můžeme uvažovat přesnější vícefaktorový model výnosností cenných papírů, který bere do úvahy tyto různé vlivy. Jako příklad vícefaktorového modelu uvažujme dvoufaktorový model. Uvažujme proces generující výnosnost se dvěma faktory.

[3] Ve skutečnosti je pro snížení nefaktorového rizika nutné pouze to, aby se se zvyšováním N stále snižovala maximální částka investovaná do libovolného cenného papíru.

□ 9.2.1 Dvoufaktorový model

Ve tvaru rovnice vypadá dvoufaktorový model následovně:

$$r_i = a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + e_{\mathrm{i}} \tag{9.9}$$

kde F_1 a F_2 jsou dva faktory s převážným vlivem na výnosnost cenného papíru (například F_1 může být tempo růstu HNP a F_2 může být procento inflace); $b_{\mathrm{i}1}$ a $b_{\mathrm{i}2}$ jsou citlivosti cenného papíru i na tyto dva faktory. Stejně jako u jednofaktorového modelu je e_{i} náhodná chyba a a_{i} je očekávaná výnosnost cenného papíru i, když oba faktory jsou rovny nule.

U dvoufaktorového modelu musí být odhadnuty pro každý cenný papír čtyři parametry. Jsou to a_i, b_{i1}, b_{i2} a směrodatná odchylka náhodné chyby označená σ_{ei}. Pro každý z těchto faktorů musí být odhadnuty dva parametry. Tyto parametry jsou očekávaná hodnota každého faktoru ($\bar{F}_1$ a $\bar{F}_2$) a směrodatná odchylka každého faktoru (σ_{F1} a σ_{F2}).

S použitím těchto odhadů můžeme určit očekávanou výnosnost libovolného cenného papíru i s použitím vztahu:

$$\bar{r}_i = a_i + b_{i1}\bar{F}_1 + b_{i2}\bar{F}_2 \tag{9.10}$$

Jsou-li faktory nekorelované, potom pro libovolný cenný papír i bude rozptyl:

$$\sigma_{\mathrm{i}}^2 = b_{i1}^2\sigma_{F1}^2 + b_{i2}^2\sigma_{F2}^2 + \sigma_{ei}^2 \tag{9.11}$$

a kovarianci mezi libovolnými dvěma cennými papíry i a j lze určit jako:

$$\sigma_{ij} = b_{i1}b_{j1}\sigma_{F1}^2 + b_{i2}b_{j2}\sigma_{F1}^2 \tag{9.12}$$

Když budou faktory korelované, potom bude pro stanovení rozptylů a kovariancí potřeba použít složitější rovnice.[4]

Stejně jako u jednofaktorových modelů, když jsou pomocí těchto rovnic určeny očekávané výnosnosti, rozptyly a kovariance, může investor odvodit zakřivenou Markowitzovu množinu. Pro danou bezrizkovou sazbu potom může určit tangenciální portfolio a pomocí něho nalézt svoje optimální portfolio.

Vše, co bylo dříve řečeno ve vztahu k jednofaktorovým modelům a vlivu diverzifikace, zde platí také:

1. Diverzifikace vede k průměrování faktorového rizika.
2. Diverzifikace může podstatně snížit nefaktorové riziko.
3. U „dobře diverzifikovaného portfolia" je nefaktorové riziko bezvýznamné.

Stejně jako u jednofaktorového modelu je citlivost portfolia na určitý faktor v mnohofaktorovém modelu váženým průměrem citlivostí cenných papírů, kde váhy jsou rovny proporcím investovaným do každého cenného papíru. To je vidět, když si povšimneme, že výnosnost portfolia je váženým průměrem výnosností cenných papírů, které ho vytvářejí:

$$r_p = \sum_{i=1}^{N} X_i r_i \tag{9.13}$$

Dosazením pravé strany rovnice (9.9) za r_i na pravé straně rovnice (9.13) vede na:

---

[4] Kdyby faktory byly korelované, potom by rovnice (9.11) musela obsahovat člen $2b_{i1}b_{i2}\mathrm{cov}(F_1,F_2)$ přidaný na pravou stranu a rovnice (9.12) by musela obsahovat člen $(b_{i1}b_{j2} + b_{i2}b_{j1})\ \mathrm{cov}(F_1,F_2)$ přidaný na pravou stranu rovnice. $\mathrm{cov}(F_1,F_2)$ zde označuje kovarianci mezi dvěma faktory a je rovna součinu jejich vzájemné korelace se součinem jejich směrodatných odchylek $_{F1}$ a $_{F2}$. Jsou nutné také další předpoklady; například náhodné chyby nesmějí být korelovány s faktory ani navzájem.

$$\begin{aligned} r_p &= \sum_{i=1}^{N} X_i(a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + e_{i1}) \\ &= \left(\sum_{i=1}^{N} X_i a_i\right) + \left(\sum_{i=1}^{N} X_i b_{i1} F_1\right) + \left(\sum_{i=1}^{N} X_i b_{i2} F_2\right) + \left(\sum_{i=1}^{N} X_i e_i\right) \\ &= a_p + b_{p1}F_1 + b_{p2}F_2 + e_p \end{aligned} \tag{9.14}$$

kde:

$$a_p = \sum_{i=1}^{N} X_i b_{i2}$$

$$b_{p1} = \sum_{i=1}^{N} X_i b_{i2}$$

$$b_{p2} = \sum_{i=1}^{N} X_i b_{i2}$$

$$e_p = \sum_{i=1}^{N} X_i e_i \, .$$

Všimněte si, že citlivosti portfolia b_{p1} a b_{p2} jsou váženými průměry odpovídajících citlivostí jednotlivých cenných papírů b_{i1} a b_{i2}.

□ 9.2.2 Sektorové faktorové modely

Cenné papíry ze stejného průmyslového odvětví nebo „ekonomického sektoru“ se často pohybují společně a stejným způsobem reagují na změny ve vyhlídkách tohoto sektoru. Někteří investoři to uznávají tím, že používají speciální typ mnohofaktorového modelu, který se nazývá *sektorový faktorový model*. Aby bylo možno použít sektorový faktorový model, každý cenný papír musí být zařazen do nějakého sektoru. U dvousektorového faktorového modelu to znamená, že každý cenný papír musí být zařazen do jednoho ze dvou ekonomických sektorů. Nechť se například sektor 1 skládá ze všech průmyslových společností a sektor 2 ze všech neprůmyslových společností (jako jsou dodávky elektřiny a plynu, doprava, finanční společnosti). Měli bychom mít na paměti, že jak počet sektorů, tak jeho definování je otevřenou záležitostí a je závislé na rozhodnutí investora.

U tohoto dvousektorového faktorového modelu bude mít proces generující výnosnost cenných papírů stejný obecný tvar jako dvoufaktorový model uvedený v rovnici (9.9). U dvousektorového faktorového modelu však F_1 a F_2 nyní označují sektorové faktory 1 a 2. Každý jednotlivý cenný papír náleží buď do sektoru 1, nebo do sektoru 2, ale ne do obou současně. Podle definice to znamená, že v závislosti na sektorovém faktoru, kam cenný papír náleží, je jedna z hodnot b_{i1} *a* b_{i2} rovna 1; druhá hodnota odpovídá sektorovému faktoru, kam cenný papír nenáleží a je rovna 0.

Jako příklad uvažujme General Motors (GM) a Delta Air Lines (DAL). Dvousektorový faktorový model pro GM bude:

$$r_{GM} = a_{GM} + b_{GM1}F_1 + b_{GM2}F_2 + e_{GM} \tag{9.15}$$

Protože GM patří do sektorového faktoru 1 (průmyslový sektor), jsou koeficientům b_{GM1} a b_{GM2} po řadě přiřazeny hodnoty 1 a 0. Po tomto přiřazení bude mít rovnice (9.15) tvar:

$$r_{GM} = a_{GM} + F_1 + e_{GM} \tag{9.16}$$

U dvousektorového faktorového modelu tedy stačí pro GM odhadnout pouze hodnoty a_{GM} a σ_{eGM}, zatímco u dvoufaktorového modelu by musely být odhadovány hodnoty a_{GM}, b_{GM1}, b_{GM2} a σ_{eGM}.

Podobně dostaneme pro DAL, které patří do neprůmyslového sektoru, následující dvousektorový faktorový model:

$$r_{DAL} = a_{DAL} + b_{DAL1}F_1 + b_{DAL2}F_2 + e_{DAL} \tag{9.17}$$

který se zjednoduší na:

$$r_{DAL} = a_{DAL} + F_2 + e_{DAL} \tag{9.18}$$

neboť b_{DAL1} a b_{DAL2} budou po řadě přiřazeny hodnoty 0 a 1. U dvousektorového faktorového modelu DAL musí tedy být odhadovány pouze hodnoty a_{DAL} a e_{DAL}.

Obecně lze říci, že zatímco u dvoufaktorového modelu musí být pro každý cenný papír odhadovány čtyři parametry (a_i, b_{i1}, b_{i2}, σ_{ei}), u dvousektorového faktorového modelu stačí odhadovat pouze dva parametry (a_i a σ_{ei}), protože dvěma parametrům byly přiřazeny hodnoty buď nula nebo jedna. S použitím těchto odhadů pro jednotlivé cenné papíry společně s hodnotami $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, σ^2_{F1} a σ^2_{F2} může investor při použití rovnic (9.10), (9.11) a (9.12) po řadě vypočítat očekávané výnosnosti, rozptyly a kovariance. To umožní investorovi odvodit zakřivenou Markowitzovu množinu a z ní vypočítat pro danou bezrizikovou sazbu tangenciální portfolio.

□ 9.2.3 Obecné faktorové modely

Jak jsme se již dříve zmínili, faktorové modely se někdy nazývají indexové modely. Řada investičních firem používá pro správu portfolia jednoindexové (to jest jednofaktorové) modely. Stále více se však začínají používat víceindexové (vícefaktorové) modely. Často tyto modely obsahují jak *obecné faktory*, které ovlivňují všechny cenné papíry ve větším či menším rozsahu, tak i *sektorové faktory*, které ovlivňují pouze určitou podskupinu cenných papírů (např. průmysl).[5]

Ve smyslu důležitosti je jedním z velkých úkolů investiční analýzy stanovení vhodného faktorového modelu. To znamená, že je třeba určit, kolik faktorů existuje a co reprezentují. Takový úkol není lehký a definitivní důkaz dosažení správné odpovědi na tuto otázku je krajně nepravděpodobný. Na relativní užitečnost alternativních faktorových modelů existují různé názory a dávají tak investorům širokou možnost výběru. Po provedení výběru modelu se může investor soustředit na odhad příslušných parametrů a tak umožnit výpočet středních výnosností, rozptylů a kovariancí. S jejich použitím jako vstupů může potom být vypočtena Markowitzova efektivní množina. Z té potom může být určeno tangenciální portfolio přidružené k dané bezrizikové sazbě. V tomto momentu je investor schopen určit své optimální portolio jako kombinaci tangenciálního portfolia a bezrizikové sazby, která poskytuje nejpříznivější kombinaci rizika a výnosnosti.

---

[5] Viz Sharpe, „Factors in NYSE Security Returns." Faktorový model probíraný v tomto článku je následně použit v Blake R.Grossman a William F.Sharpe, „Financial Implications of South African Divestment," *Financial Analysts Journal 42*, No.4 (July/August 1986): 15-29. Pro použití faktorových modelů při ohodnocování výkonnosti manažerů portfolií viz Dodatek ke kapitole 23. Další podrobnosti o víceindexových modelech jsou v Gordon J.Alexander a Jack Clark Francis, *Portfolio Analysis* (Englewood Cliffs,N.J.: Prentice Hall, 1986), 83-92.

□ 9.2.4 Faktorové modely a rovnováha

Měli bychom mít na paměti, že faktorový model *není* rovnovážným modelem pro stanovení ceny aktiv. Jestliže však rovnovážný bod existuje, bude existovat také určitý vztah mezi parametry faktorového modelu a parametry rovnovážného modelu pro stanovení ceny.

Na skutečné výnosnosti můžeme například pohlížet jako na výnosnosti generované jednofaktorovým modelem, kde tímto faktorem je r_M. Potom podle rovnice (9.2) budou očekávané výnosnosti rovny $a_i + b_i + \bar{r}_M$, neboť $\bar{F} = \bar{r}_M$. Existuje-li rovnováha, pak s použitím CAPM můžeme ukázat, že podle rovnice (8.7) budou očekávané výnosnosti také rovny $r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i$, což lze přepsat jako:

$$\begin{aligned} \bar{r}_i &= r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i \\ &= r_f - r_f\beta_i + \bar{r}_M\beta_i \qquad (8.7) \\ &= (1 - \beta_i)r_f + \bar{r}_M\beta_i \end{aligned}$$

To znamená, že parametry jednofaktorového modelu a CAPM musí vyhovovat následujícím vztahům:

$$a_i = (1 - \beta_i)r_f$$

$$b_i = \beta_i$$

To znamená, že pokud určíme očekávané výnosnosti podle CAPM a skutečné výnosnosti jsou generovány jednofaktorovým modelem, potom a_i a b_i se musí po řadě rovnat $(1 - \beta_i)r_f$ a β_i.

9.3 TEORIE STANOVENÍ CEN ARBITRÁŽÍ

Teorie stanovení cen arbitráží (Arbitrage pricing theory – APT) je podobně jako CAPM rovnovážným modelem pro stanovení cen aktiv.[6] Na rozdíl od CAPM předpokládá APT, že výnosnosti jsou generovány faktorovým modelem. Ačkoliv CAPM vyžadoval jisté silné předpoklady o preferencích investorů (např. se předpokládalo, že investoři mají odpor k riziku), APT žádné takové předpoklady nedělá. To znamená, že APT není založena na myšlence, že všichni investoři pohlížejí na portfolio ve smyslu očekávaných výnosností a směrodatných odchylek. Místo toho APT předpokládá, že investoři dávají přednost vyšší úrovni bohatství před nižší úrovní bohatství.

□ 9.3.1 Faktorová portfolia

Jak již bylo dříve uvedeno, APT předpokládá, že výnosnosti jsou generovány faktorovým modelem. Nespecifikuje ani kolik faktorů má být uvažováno, ani co mají reprezentovat. Pro usnadnění výkladu předpokládejme, že existují dva faktory F_1 a F_2, což znamená, že výnosnosti cenných papírů jsou generovány podle rovnice (9.9). Je také nutné předpokládat, že

[6] Původní odvození APT najdete v Stephen A.Ross,„The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing“, *Journal of Economic Theory* 13, No.3 (December 1976): 341-60; a „Risk, Return, and Arbitrage“, sec.9 v *Risk and Return in Finance*, vol.I.,ed. Irwin Friend a James L. Bicksler (Cambridge, Mass.: Ballinger Publishing Company, 1977).

existuje „velmi mnoho“ cenných papírů a že jejich citlivosti na uvedené dva faktory se podstatně liší.[7]

V tomto světě existuje řada investičních strategií. Zvláště zajímavá je strategie, která využívá portfolia, která reprezentují *hry čistých faktorů*. Bude-li dán dostatečný počet cenných papírů s odlišnými charakteristikami, potom by mělo být možné zkonstruovat portfolio, které bude mít jednotkovou citlivost (to znamená, že citlivost bude mít jednotkovou velikost) k jednomu faktoru, nebude citlivé na další faktor a bude mít nulové nefaktorové riziko. Trik při vytváření takového portfolia spočívá v kombinování cenných papírů tak, aby se citlivost portfolia na všechno kromě jediného faktoru dala zajistit („hedge out“, tj. odstranit). Mělo by být drženo velké množství cenných papírů, aby se dalo předpokládat, že počet cenných papírů, u kterých bude dosahováno „dobré“ nefaktorové výnosnosti, bude zhruba stejný jako počet cenných papírů, u kterých bude dosahováno „špatné“ nefaktorové výnosnosti. To potom povede na portfolio, které bude mít téměř nulové nefaktorové riziko.

Předpokládejme například, že cenné papíry *A,B* a *C* mají následující citlivosti:

CENNÝ PAPÍR	b_{i1}	b_{i2}
A	-0,40	1,75
B	1,60	-0,75
C	0,67	-0,25

Jestliže má investor investovat \$1.000 a vloží \$300 do cenného papíru *A*, \$700 do cenného papíru *B* a nic do cenného papíru *C*, potom budou proporce investic $X_A = 0{,}3$, $X_B = 0{,}7$ a $X_C = 0{,}0$. Citlivost tohoto portfolia na faktory 1 a 2 bude po řadě 1 a 0:

$$b_{p1} = (-0{,}40 \text{ x } 0{,}3) + (1{,}60 \text{ x } 0{,}7) + (0{,}67 \text{ x } 0{,}0)$$

$$= -0{,}12 + 1{,}12 + 0$$

$$= 1{,}0$$

$$b_{p2} = (1{,}75 \text{ x } 0{,}3) + (-0{,}45 \text{ x } 0{,}7) + (-0{,}25 \text{ x } 0{,}0)$$

$$= 0{,}525 - 0{,}525 - 0{,}000$$

$$= 0$$

Kdyby bylo možné investovat do velkého množství podobných cenných papírů, bylo by možné vytvořit portfolio s velmi malým nefaktorovým rizikem, což znamená, že $e_p = 0$. Vhodným výběrem proporcí by tedy investor mohl vytvořit portfolio (nazvěme ho *pI*), které je citlivé pouze na faktor 1:

$$r_{pI} = a_{pI} + F_1 \tag{9.19}$$

neboť $b_{pI1} = 1$, $b_{pI2} = 0$ a $e_{pI} = 0$. Toto by bylo portfolio *čistého faktoru* 1. V důsledku způsobu návrhu se bude jeho výnosnost měnit společně se změnou prvního faktoru v relaci jedna ku jedné.

[7] Diskusi těchto předpokladů a zdůvodnění, proč výsledná rovnice pro stanovení cen aktiv není přesná, ale přibližná, naleznete v Philip H.Dybvig, „An Explicit Bound on Individual Assets' Deviation from APT Pricing in a Finite Economy,“ *Journal of Financial Economics* 12, No.4 (December 1983): 486-96; a Mark Grinblatt a Sheridan Titman,„Factor Pricing in a Finite Economy“, *Journal of Financial Economics 12*, no.4 (December 1983): 497-507. Protože chyby aproximace jsou zdůvodnitelně malé, prezentace, která následuje, je ignoruje.

Podobnou strategií bychom mohli vytvořit portfolio *čistého faktoru* 2. Kdyby se investor rozhodl investovat \$1000 a vložil \$625 do cenných papírů podobných A a \$375 do cenných papírů podobných C, potom by citlivost výsledného portfolia byla:

$$b_{p1} = (-0{,}40 \times 0{,}625) + (1{,}60 \times 0{,}0) + (0{,}67 \times 0{,}375)$$

$$= -0{,}25 + 0{,}00 + 0{,}25$$

$$= 0{,}00$$

$$b_{p2} = (1{,}75 \times 0{,}625) + (-0{,}75 \times 0{,}0) + (-0{,}25 \times 0{,}375)$$

$$= 1{,}09 - 0{,}00 - 0{,}09$$

$$= 1{,}00$$

Kdyby toto bylo možné provést pro mnoho cenných papírů, existovalo by pouze velmi malé nefaktorové riziko; výsledkem by bylo portfolio (nazvěme ho *pII*) citlivé pouze na faktor 2:

$$r_{p\mathrm{II}} = a_{p\mathrm{II}} + F_2 \tag{9.20}$$

Na trhu s mnoha cennými papíry různých charakteristik by bylo teoreticky možné vytvořit portfolia „čistých faktorů“, která by byla citlivá pouze na jeden faktor a přitom by měla nevýznamné nefaktorové riziko. V praxi se požadované podmínky nedají zcela splnit, což znamená, že je možné vytvořit pouze portfolia „nečistých faktorů“, která jsou citlivá především (ale nikoliv výlučně) na jeden faktor a mají relativně malé nefaktorové riziko. Ačkoliv APT předpokládá vytvoření portfolií čistých faktorů, měli bychom mít na paměti, že rozumnost předpokladů není rozhodující. Rozhodující je přesnost predikcí učiněných pomocí APT.

□ 9.3.2 Očekávané výnosnosti faktorových portfolií

Očekávaná výnosnost portfolia čistého faktoru bude záviset na očekávané hodnotě příslušného faktoru. Je pohodlné rozdělit tuto očekávanou výnosnost na dvě části: (1) bezrizikovou úrokovou sazbu a (2) zbytek, který se typicky označuje řeckým písmenem *lambda*, λ a může být považován za *prémii očekávané výnosnosti na jednotku citlivosti na faktor*. Očekávaná výnosnost portfolia čistého faktoru 1 je:

$$\bar{r}_{p\mathrm{I}} = r_f + \lambda_1 \tag{9.21}$$

Podobně bude očekávaná výnosnost portfolia čistého faktoru 2:

$$\bar{r}_{p\mathrm{II}} = r_f + \lambda_1 \tag{9.22}$$

Jako příklad uvažujme, že bezriziková sazba je 7% a $\bar{r}_{p\mathrm{I}}$ je 16,6%. Potom λ_1 bude 16,6% – 7% = 9,6%. Když bude $\bar{r}_{p\mathrm{II}}$ = 13,4%, potom λ_2 bude 13,4% – 7% = 6,4%. To znamená, že prémie očekávané výnosnosti na jednotku citlivosti na faktory 1 a 2 budou po řadě 9,6% a 6,4%.

Může se stát, že ke konstrukci portfolia čistého faktoru 1 bude možno použít mnoho alternativních kombinací cenných papírů. Bude každá z těchto alternativních kombinací dosahovat stejné očekávané výnosnosti? Teoreticky ano. I když portfolia čistých faktorů nemusejí být jedinečná co do složení, jejich očekávané výnosnosti by měly být stejné.

Představme si situaci, kdy dvě portfolia čistých faktorů budou mít rozdílné výnosnosti. Toho by se dalo dosáhnout pouze rozdílností hodnot a (a_{pI} v rovnici (9.19)). Nyní uvažujme prodej nakrátko portfolia s nižší očekávanou výnosností a nákup portfolia s vyšší očekávanou výnosností. Za této situace získá investor abnormální výnosnost *bez ohledu na faktor 1.* K tomu zcela jistě nemůže dojít, neboť dvě identická aktiva (v tomto případě dvě portfolia čistého faktoru 1) musejí v rovnovážném bodu poskytovat shodnou očekávanou výnosnost.

Případy, kdy tomu tak není, zapříčiňují, že někteří investoři, kteří jsou známi jako *arbitražéři*, začnou jednat. Nakoupí cenné papíry v portfoliu s vyšší očekávanou výnosností a prodají ty, které jsou v portfoliu s nižší očekávanou výnosností. To způsobí, že ceny těch prvních vzrostou a sníží se také výnosnost celého odpovídajícího portfolia. U těch druhých dojde k poklesu cen a k nárůstu očekávané výnosnosti odpovídajícího portfolia. Toto bude pokračovat tak dlouho, dokud nebudou mít obě portfolia shodnou očekávanou výnosnost.

Jako výsledek tohoto pohybu cen dosáhne investor abnormální výnosnosti a po krátké době tato příležitost „získat něco za nic" zmizí. To znamená, že *arbitráž* zajistí, že všechna portfolia čistého faktoru 1 budou mít stejnou výnosnost $r_f + \lambda_1$.[8]

Přítomnost bezrizikové sazby je přirozenou součástí APT. S velkým množstvím odlišných cenných papírů by bylo možné sestrojit portfolio, které bude mít nulovou citlivost na každý faktor a bude dostatečně diverzifikované, aby mělo nevýznamné nefaktorové riziko. Jeho očekávaná výnosnost, která bude prakticky bezriziková, může být použita jako základna, od které budou měřeny další očekávané výnosnosti.

□ 9.3.3 Očekávané výnosnosti cenných papírů

Rozdělením fondů mezi (1) bezrizikové portfolio a (2) čistě faktorová portfolia může investor vytvořit portfolio s téměř libovolnou citlivostí na každý faktor. Navíc mohou být tato portfolia konstruována tak, že budou mít nevýznamná nefaktorová rizika.

Předpokládejme například, že výnosnost cenného papíru k souvisí s faktory 1 a 2 následujícím způsobem:

$$r_k = a_k + 0{,}8F_1 + 1{,}5F_2 + e_k \tag{9.23a}$$

Kdyby měl tedy investor investovat $1000, mohl by všechno vložit do cenného papíru k a získat tak očekávanou výnosnost:

$$\bar{r}_k = a_k + 0{,}8\bar{F}_1 + 1{,}5\bar{F}_2 \tag{9.23b}$$

Nyní uvažujme alternativní strategii, při které se realizuje vypůjčení $1.300 za bezrizikovou sazbu k doplnění investorových $1.000. To znamená, že proporce investovaná do bezrizikového aktiva je ($1.300/$1.000)= -1,3 = X_f. Z výsledných $2.300 je $800 je investováno do portfolia čistého faktoru 1 a zbývajících $1.500 je investováno do portfolia čistého faktoru 2. To znamená, že proporce investované do těchto dvou portfolií jsou po řadě ($800/$1.000 = 0,8 = X_I) a ($1.500/$1.000 = 1,5 = X_{II}). Očekávaná výnosnost výsledného portfolia označeného K se dá vypočítat jako vážený průměr jeho tří komponent:

$$\bar{r}_K = (X_f \times r_f) + (X_I \times \bar{r}_{pI}) + (X_{II} \times \bar{r}_{pII})$$

[8] Obecně dochází k arbitráži, když se stejný cenný papír prodává na dvou různých trzích za dvě různé ceny. Spočívá v nákupu cenného papíru na trhu s nižší cenou a v téměř současném prodeji stejného cenného papíru na trhu s vyšší cenou. Jedním z výsledků arbitráže je bezrizikový abnormální zisk; dalším výsledkem je rychlá eliminace cenového rozdílu.

$$= (-1{,}3 \text{ x } r_f) + (0{,}8 \text{ x } \bar{r}_{pI}) + (1{,}5 \text{ x } \bar{r}_{pII})$$

$$= (-1{,}3 \text{ x } r_f) + [(0{,}8 \text{ x } (r_f + \lambda_1) + [1{,}5 \text{ x } (r_f + \lambda_2)]$$

$$= -1{,}3r_f + 0{,}8r_f + 0{,}8\lambda_1 + 1{,}5r_f + 1{,}5\lambda_2 \tag{9.24}$$

$$= r_f + 0{,}8\lambda_1 + 1{,}5\lambda_2$$

Všimněte si, že očekávaná výnosnost dvou portfolií čistých faktorů daných rovnicemi (9.21) a (9.22) byla po řadě dosazena za $\bar{r}_{pI}$ a $\bar{r}_{pII}$ v rovnici (9.24).

Nyní porovnejme portfolio K s cenným papírem k. Každý z nich má citlivost 0,8 na faktor 1 a citlivost 1,5 na faktor 2. Cenný papír k má dodatečné riziko způsobené neurčitostí jeho nefaktorové výnosnosti e_k. Portfolio K nemá prakticky žádné riziko tohoto typu. Co když bude očekávaná výnosnost cenného papíru k menší než očekávaná výnosnost portfolia K? Je zřejmé, že portfolio bude jasně dominovat nad cenným papírem, neboť portfolio poskytne vyšší očekávanou výnosnost při nižším riziku než cenný papír k. Chytrý arbitražér by mohl provést krátký prodej portfolia a koupit cenný papír s očekáváním zisku z rozdílu v jejich očekávaných výnosnostech. Tato situace by však nebyla úplně bez rizika, protože nefaktorová výnosnost by mohla eliminovat rozdíl očekávaných výnosností. Kdyby však existovalo mnoho cenných papírů podobných k, tento zdroj rizika by mohl být odstraněn diverzifikací.

Z toho plyne závěr, že v rovnováze by se očekávaná výnosnost cenného papíru k rovnala očekávané výnosnosti portfolia K. To znamená, že arbitráž by zaručila, že očekávaná výnosnost cenného papíru k by byla:

$$\bar{r}_k = r_f + 0{,}8\lambda_1 + 1{,}5\lambda_2 \tag{9.25}$$

Obecněji, pro každý cenný papír i platí:

$$\bar{r}_i = r_f + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2 \tag{9.26}$$

Rovnice (9.26) je rovnicí pro stanovení ceny v APT.[9] Vyjádřeno slovy tato rovnice říká, že:

> **Očekávaná výnosnost každého cenného papíru souvisí s jeho citlivostí na každý důležitý faktor. Navíc lze říci, že tato závislost je lineární, se společným absolutním členem, který je roven bezrizikové sazbě.**

Podobně jako rovnice získaná z CAPM, i rovnice APT (9.26) tvrdí, že existuje lineární závislost mezi (1) očekávanými výnosnostmi a (2) různými důležitými atributy cenných papírů. V případě CAPM je důležitým atributem cenného papíru beta (β_i), zatímco v případě APT jsou důležitými atributy cenného papíru citlivosti na hlavní faktory (b_{i1} a b_{i2}). Jak už bylo dříve zmíněno, tato teorie neříká nic ani o počtu těchto atributů, ani o tom, co znamenají. To tedy znamená, že APT neříká nic o hodnotách lambda, tedy o λ_1 a λ_2 v rovnici (9.26). Mohou být kladné, záporné nebo nulové. Identifikace faktorů a příslušných hodnot lambda vyžaduje jak empirickou činnost, tak úsudek.

Rovnice (9.26) se vztahuje k rovnováze očekávaných výnosností cenných papírů. Nerovnováha však může být vyjádřena touto rovnicí podobným způsobem jako u CAPM. Konkrétně lze přidat na pravou stranu rovnice člen alfa, který bude vyjadřovat velikost chybného ohodnocení. Nadhodnocený cenný papír bude mít alfa záporné. To znamená, že

[9] Rovnice (9.26) se opírá o existenci dvou faktorů v ekonomice. Jestliže existuje více faktorů, rovnice se jednoduchým způsobem rozšíří. Kdyby například existovaly tři faktory, potom by rovnice (9.26) obsahovala člen $b_{i3}\lambda_3$ přidaný na pravou stranu rovnice.

jeho očekávaná výnosnost bude menší, než rovnovážná očekávaná výnosnost $r_f + b_{i1}\lambda_1 + b_{i2}\lambda_2$. Z toho vyplývá, že cenný papír není atraktivní pro nákup (nebo pro držení, pokud je již ve vlastnictví). Podhodnocený cenný papír bude mít alfa kladné, což znamená, že očekávané výnosnosti budou větší než rovnovážné očekávané výnosnosti a že se jedná o cenný papír atraktivní pro koupi.

9.4 SLOUČENÍ APT A CAPM

Na rozdíl od APT nepředpokládá CAPM, že výnosnosti jsou generovány faktorovým modelem. Je však možné vytvořit svět, v němž jsou výnosnosti generovány faktorovým modelem, kde jsou splněny zbývající předpoklady APT a kde platí všechny předpoklady CAPM. Tuto situaci nyní prozkoumáme.

□ 9.4.1 Koeficienty beta a citlivosti na faktory

Budeme-li předpokládat, že výnosnosti jsou generovány dvoufaktorovým modelem, lze ukázat, že kovariance výnosnosti cenného papíru i a výnosnosti tržního portfolia M bude:

$$\mathrm{cov}(r_i,r_M) = [\mathrm{cov}(F_1,r_M) \times b_{i1}] + [\mathrm{cov}(F_2,r_M) \times b_{i2}] + \mathrm{cov}(e_i,r_M) \tag{9.27}$$

kde cov(.,.) označuje kovarianci dvou veličin uvnitř závorek.

V kapitole 8 bylo ukázáno, že koeficient beta daného cenného papíru by mohl být získán dělením $\mathrm{cov}(r_i,r_M)$ rozptylem tržního portfolia σ_M^2: [10]

$$\beta_i = \frac{\mathrm{cov}(r_i,r_M)}{\sigma_M^2} \tag{9.28}$$

Když vydělíme obě strany rovnice (9.27) σ_M^2, dostaneme:

$$\beta_i = \left[\frac{\mathrm{cov}(F_1,r_M)}{\sigma_M^2} \times b_{i1}\right] + \left[\frac{\mathrm{cov}(F_2,r_M)}{\sigma_M^2} \times b_{i2}\right] + \frac{\mathrm{cov}(e_i,r_M)}{\sigma_M^2} \tag{9.29}$$

Z praktického hlediska bude člen $\mathrm{cov}\,(e_i,r_M)/\sigma_M^2$ velmi malý a můžeme ho zanedbat. Každý z dalších dvou členů obsahuje poměr kovariance faktoru a tržního portfolia s rozptylem tržního portfolia. Na tyto poměry můžeme pohlížet jako na *faktorové beta*. Je to proto, že každý poměr je shodný s pravou stranou rovnice (9.28) s tím rozdílem, že na místě výnosnosti cenného papíru se objevuje hodnota faktoru:

$$\beta_{F1} = \frac{\mathrm{cov}(F_1,r_M)}{\sigma_M^2} \tag{9.30}$$

$$\beta_{F2} = \frac{\mathrm{cov}(F_2,r_M)}{\sigma_M^2} \tag{9.31}$$

To vede k závěru, že:

[10] Viz rovnici (8.6), kde σ_{iM} bylo použito místo $\mathrm{cov}(r_i,r_M)$ k označení kovariance výnosnosti cenného papíru i s tržním portfoliem M.

$$ß_i = ß_{F1} b_{i1} + ß_{F2} b_{i2} \tag{9.32}$$

Protože $ß_{F1}$ a $ß_{F2}$ jsou konstanty a nemění se od cenného papíru k cennému papíru, rovnice (9.32) ukazuje, že koeficient beta cenného papíru je funkcí jeho citlivostí na podstatné faktory. Důvodem pro různé beta u různých cenných papírů je to, že mají odlišné citlivosti.

Jako příklad předpokládejme, že faktor beta pro HNP, $ß_{F1}$, je roven 1,2 a že faktor beta pro inflaci, $ß_{F2}$, je 0,8. Jsou-li dány již dříve uvedené citlivosti cenných papírů, potom můžeme rovnici (9.32) použít k určení jejich koeficientů beta:

$$ß_A = (1{,}2 \text{ x } -0{,}40) + (0{,}8 \text{ x } 1{,}75) = 0{,}92$$

$$ß_B = (1{,}2 \text{ x } 1{,}60) + (0{,}8 \text{ x } -0{,}75) = 1{,}32$$

$$ß_C = (1{,}2 \text{ x } 0{,}67) + (0{,}8 \text{ x } -0{,}25) = 0{,}60$$

□ 9.4.2 Očekávané výnosnosti, faktorové beta a citlivosti cenných papírů

V kapitole 8 bylo ukázáno, že očekávaná výnosnost cenného papíru *i* souvisí (v důsledku předpokladů nezbytných pro CAPM) s koeficientem beta následovně:

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f)ß_i \tag{8.7}$$

Když budou výnosnosti generovány dvoufaktorovým modelem, bude koeficient beta daného cenného papíru souviset s jeho citlivostmi na faktory a s faktorovými beta tak, jak ukazuje rovnice (9.32). Dosazením pravé strany rovnice (9.32) za $ß_i$ v rovnici (8.7) vede na:

$$\begin{aligned}\bar{r}_i &= r_f + [(\bar{r}_M - r_f) \text{ x } (ß_{F1} b_{i1} + ß_{F2} b_{i2})] \\ &= r_f + [(\bar{r}_M - r_f)ß_{F1}]b_{i1} + [(\bar{r}_M - r_f)ß_{F2}]b_{i2} \end{aligned} \tag{9.33}$$

Porovnáním rovnice (9.33) s rovnicí stanovení ceny podle APT (9.26) je vidět, že pokud jsou splněny předpoklady jak pro APT tak pro CAPM, potom musí lambda mít následující hodnoty:

$$\lambda_1 = (\bar{r}_M - r_f)ß_{F1} \tag{9.34}$$

$$\lambda_2 = (\bar{r}_M - r_f)ß_{F2} \tag{9.35}$$

Dosazením pravé strany těchto dvou rovnic do pravé strany rovnice (9.33) vede na:

$$\bar{r}_i = r_f + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} \tag{9.36}$$

Sama APT neříká nic o velikostech nebo hodnotách prémií očekávaných výnosností na faktor, λ_1 a λ_2. Když však platí také CAPM, může poskytnout určité vodítko. Toto vodítko je dáno rovnicemi (9.34) a (9.35), které existují, pokud jsou splněny předpoklady jak APT tak CAPM.

Představme si, že se faktor 1 bude pohybovat společně s tržním portfoliem, což znamená, že je s ním kladně korelován a tedy cov (F_1,r_M) je kladná.[11] Proto musí být $ß_{F1}$ kladné, neboť se rovná cov (F_2,r_M) (kladnému číslu) dělenému σ_M^2 (jiným kladným kladným číslem). Protože $\bar{r}_M$ je větší než r_f $(\bar{r}_M - r_f)$ bude kladné a tedy $(\bar{r}_M - r_f)ß_{F1}$ bude kladné. Z rov-

[11] cov(F_1,r_M) bude pozitivní, když bude korelace pozitivní, neboť je rovna součinu korelace a směrodatných odchylek F_1 a r_M.

[12] Čím je větší míra souběžného pohybu faktoru 1 a tržního portfolia, neboli čím větší je korelace mezi F_1 a r_M, tím větší bude přidružená prémie očekávané výnosnosti λ_1. Analýza důsledků faktoru 1 jako tržního portfolia je v K.C.John Wei, „An Asset-Pricing Theory Unifying the CAPM and APT," *Journal of Finance 43*, No.4 (September 1988): 881-92; a v Stephen A.Ross a Randolph W.Westerfield, *Corporate Finance* (St.Louis, Mo.: Times Mirror, 1988): 181-95.

nice (9.34) plyne, že λ_1 bude kladné.[12] Dále, protože λ_1 je kladné, je z rovnice (9.36) vidět, že čím větší bude hodnota b_{i1}, tím větší bude očekávaná výnosnost cenného papíru. Můžeme zobecnit, že je-li faktor pozitivně korelován s tržním portfoliem, potom očekávaná výnosnost cenného papíru je pozitivní lineární funkcí citlivosti cenného papíru na tento faktor.

Podobným způsobem argumentace lze ukázat, že když se faktor 2 bude pohybovat proti tržnímu portfoliu, což znamená, že je negativně korelován s r_M, potom (1) $ß_{F2}$ bude negativní; (2) $(\bar{r}_M - r_f)ß_{F2}$ bude negativní a (3) λ_2 bude negativní. Z rovnice (9.36) tedy plyne, že čím vyšší bude hodnota b_{i2}, tím nižší bude očekávaná výnosnost cenného papíru. Opět můžeme zobecnit, že pokud je faktor negativně korelován s tržním portfoliem, potom je očekávaná výnosnost cenného papíru negativní lineární funkcí citlivosti cenného papíru na tento faktor.

S použitím dřívějšího příkladu, kde $ß_{F1} = 1{,}2$ a $ß_{F2} = 0{,}8$ a za předpokladu, že $r_f = 7\%$ a $\bar{r}_M = 15\%$, bude rovnice (9.33) mít tvar:

$$\bar{r}_i = r_f + [(\bar{r}_M - r_f)ß_{F1}]b_{i1} + [(\bar{r}_M - r_f)ß_{F2}]b_{i2}$$

$$= 7 + [(15 - 7) \text{ x } 1{,}2]b_{i1} + [(15 - 7) \text{ x } 0{,}8]b_{i2}$$

$$= 7 + 9{,}6b_{i1} + 6{,}4b_{i2}$$

Všimněte si, že jak λ_1 tak λ_2 jsou pozitivní a jsou po řadě rovny 9,6 a 6,4. Čím tedy bude větší b_{i1}, tím větší bude $\bar{r}_i$. Čím bude dále větší b_{i2}, tím bude také větší $\bar{r}_i$.

Kdyby bylo $ß_{F2}$ rovno -0,8 místo +0,8, potom by $\lambda_2 = (15 - 7) \text{ x } -0{,}8 = -6{,}4$ a předchozí rovnice by měla tvar:

$$r_i = 7 + 9{,}6b_{i1} + 6{,}4b_{i2}$$

Negativní hodnota $ß_{F2}$ by tedy vedla k negativní hodnotě λ_2. V této situaci by zvětšení b_{i2} způsobilo zmenšení $\bar{r}_i$. Znaménko každého lambda určuje, zda očekávaná výnosnost cenného papíru je pozitivní nebo negativní funkcí jeho citlivosti na toto lambda.

9.5 SOUHRN

Zdá se rozumné předpokládat, že výnosnost cenného papíru generuje množina faktorů. Je také rozumné předpokládat, že většina investorů bude dávat přednost vyšším hodnotám očekávaných výnosností a bude se vyhýbat vyššímu riziku. Není tedy od věci tvrdit, že budou existovat podmínky, při kterých bude platit jak APT, tak CAPM.

Za těchto okolností můžeme tvrdit, že kombinace obou teorií je mocnější (tj. umožňuje silnější predikce), než libovolná z nich samostatně, a může tedy poskytnout podstatně lepší vodítko pro investiční rozhodování. I když je zajímavé zkoumat, zda historické údaje podporují některou z teorií (nebo obě), Markowitz poznamenal, že pro rozumné praktické použití těchto modelů stanovení cen aktiv není nutné mít potvrzující výsledky testů.[13] Přestože jedním z nejobsažnějších témat, která jsou v současné době diskutována v oblasti financí, je právě to, zda může být některý z modelů stanovení cen aktiv smysluplně testován historickými daty, zdá se, že existuje široká oblast použití těchto modelů.[14]

[13] Harry M.Markowitz, „Nonnegative or Not Nonnegative: A Question About CAPMs", *Journal of Finance* 38, No.2 (May 1983):283-95.

[14] Argumentaci, proč CAPM nemůže být testován, najdete v Richard Roll,„A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I. On Past and Potential Testability of the Theory,"*Journal of Financial Economics* 4, No.2 (March 1977): 129-76. Argumentaci, proč APT nemůže být testována najdete v Jay Shanken, „Arbitrage Pricing Theory: Is It Testable?", *Journal of Finance* 37, No.5 (December 1982):1129-40. Analýza některých testů CAPM a APT je společně s argumentací, kterou předložili Roll a Shanken, uvedena v Dodatku. Širší výklad je v kapitolách 10 a 14 knihy Alexander a Francis, *Portfolio Analysis.*

Vzhledem k jejich složitému statistickému původu je skutečné použití těchto modelů obecně záležitostí profesionálních peněžních manažerů. Tito investoři mají zdroje nezbytné pro implementaci takových modelů při správě mnohamiliónových dolarových portfolií. I když existuje mnoho variant používání těchto modelů, nepochybně se ještě více variant objeví v budoucnu, až investoři získají více zkušeností s těmito modely.[15] Nicméně je velmi nepravděpodobné, že se některý z nich ukáže jako nadřazený druhému, protože v těchto modelech jsou používány takové „nepozorovatelné" veličiny jako jsou očekávané výnosnosti, beta a citlivosti. Tyto nepozorovatelné veličiny mohou být pouze odhadovány, což znamená, že se při tom mohou vyskytnout podstatné chyby. Výsledkem je, že investoři musí sami rozhodnout, kterým modelům budou dávat přednost a jak je budou používat. Nakonec hodnota libovolného modelu pro investora spočívá v přesnosti jeho predikcí.

DODATEK A
TESTOVÁNÍ ROVNOVÁŽNÝCH TEORIÍ STANOVENÍ CEN AKTIV

Z rovnovážných teorií, jako jsou model stanovení cen kapitálových aktiv a teorie stanovení cen arbitráží, vyplývá, že podle shodného mínění dobře informovaných investorů budou mít cenné papíry s určitými atributy při zachování jinak shodných podmínek vyšší očekávané výnosnosti, zatímco cenné papíry s jinými atributy budou mít nízké očekávané výnosnosti. Tyto koncepce se opírají o názory zastávané *ex ante* (latinsky „před faktem") na možné výnosnosti a jejich relativní pravděpodobnosti. *Ex post* (latinsky „po faktu") bude pro každý cenný papír zaznamenán pouze jediný výsledek. Investoři si potom vytvoří nový a možná i odlišný názor, bude znovu zaznamenána další množina výnosností cenných papírů, atd.

To extrémně ztěžuje testování, zda se atributy cenných papírů a očekávané výnosnosti mění opravdu společně způsobem, který vyplývá buď z APT, nebo CAPM. Navíc tyto teorie relativně mlčí o jednoduchých způsobech, jak odhadnout *budoucí* atributy a očekávané výnosnosti zpracováním *historických* dat.

K překlenutí této mezery použila řada výzkumníků historické výnosnosti cenných papírů jako náhradu očekávaných výnosností. To však vyžaduje předpoklad, že důležité předpovědi se nemění od období k období a že jsou dostupné dostatečné informace o tom, jaká tato očekávání skutečně byla. Jako odhady očekávaných výnosností se tedy používají průměrné historické výnosnosti. Mohou být vyřčeny dvě zjevné námitky. Zaprvé, očekávání se téměř s jistotou občas změní (nic v teorii nenasvědčuje tomu, že se to nemůže stát). Zadruhé, i kdyby se očekávání časem nezměnila, k získání dostatečně přesných odhadů jejich velikostí by mohl být nezbytný extrémně dlouhý historický záznam. I přes tyto a další problémy je zkoumání historických údajů potenciálně cenné.

Libovolný test rovnovážné teorie založený na historických údajích je *sdruženým* testem (1) určitých předpokladů jako jsou právě zmíněné předpoklady stability predikcí a (2) konkrétní teorie rovnováhy. Jestliže takový test selže, může to znamenat, že teorie rovnováhy je chybná. Může to však také znamenat, že jeden nebo více dalších předpokladů není na místě. Prakticky vzato,takové testy nemohou *zavrhnout* teorii rovnováhy. Mohou však poskytnout důkazy.

A.1 TESTY MODELU STANOVENÍ CEN KAPITÁLOVÝCH AKTIV

Jak původní, tak rozšířené verze modelu stanovení cen kapitálových aktiv tvrdí, že za jinak stejných okolností budou mít cenné papíry s relativně velkými *ex ante* beta relativně velké

[15] Jako příklad uvažujme Wells Fargo. Při správě portfolia kmenových akcií občas používají obměny CAPM, která využívá úpravy na likviditu a úpravy na míru výnosnosti dividend. Popis jejich použití je v George Foster, *Financial Statement Analysis* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1986): 428-30.

očekávané výnosnosti. To neznamená, že budou nutně mít také *ex post* velké skutečné výnosnosti. Půjde-li trh podstatně nahoru, lze očekávat, že očekávané výnosnosti budou vyšší pro cenné papíry s vyššími beta. Toto jsou však očekávání a ignorují nesystematický prvek ve výnosnosti cenných papírů, který může způsobit, že cenný papír s relativně vysokým beta bude mít relativně malou výnosnost, když trh půjde podstatně nahoru. Tedy i když CAPM platí, skutečné výnosnosti mohou mít jen malý (pokud vůbec nějaký) vztah k očekáváním, tedy k *ex ante* beta.

Další problém se týká měření beta. Beta by mělo měřit citlivost cenného papíru na široce diverzifikované tržní portfolio, které zahrnuje všechny typy akcií, obligací, realit, atd. Mnoho empirických studií místo toho použilo široký index všeobecně obchodovaných akcií, protože jiné údaje bylo obtížné nebo nemožné získat. Je jasné, že beta cenného papíru měřené řekněme vzhledem k tržnímu portfoliu, které se skládá ze všech akcií kotovaných na NYSE, by se mohlo významně lišit od beta měřeného vzhledem k tržnímu portfoliu, které by sestávalo ze všech akcií ve Spojených státech (a to necháváme stranou tržní portfolio složené ze všech akcií světa).

I přes všechny tyto problémy je instruktivní vidět, jak si během času vedly kmenové akcie s různými historickými beta.

Třídy riziko – výnosnost

Rozvoj počítačového souboru měsíčních výnosností všech akcií kotovaných na NYSE od roku 1926 do současnosti umožnil rozsáhlé zkoumání rizika a výnosnosti těchto akcií.[16] Použití tohoto souboru umožnilo zkoumání vztahu mezi rizikem a výnosností pomocí měření beta každého cenného papíru vzhledem k indexu výnosnosti všech NYSE akcií za nějaké historické období (například pět let).[17] Jakmile to bylo hotovo, mohla být vytvářena portfolia, která obsahovala mnoho akcií, ale zároveň se lišila pokud jde o velikost jejich beta. Napříkad 1.ledna 1931 mohly být všechny cenné papíry seřazeny podle velikosti jejich historických beta. Potom mohla být vložena stejná dolarová částka do horních 10% všech cenných papírů, které by vytvořily hypotetické portfolio, dalších 10% do dalšího portfolia, atd. 1. ledna 1932 byl proces opakován použitím aktualizovaných odhadů beta každého cenného papíru a vyvážením každého portfolia, aby opět obsahovalo stejnou dolarovou proporci akcií v příslušné části seznamu. Tento přístup je tedy založen na roční době držení. Definuje několik *tříd akcií riziko – výnosnost*, přičemž akcie mají podobné beta a čeká se, že budou mít také podobné budoucí beta a očekávané výnosnosti.

Obrázek 9.1 ukazuje některé výsledky. V části (a) představuje každý sloupec aritmetický průměr ročních výnosností za léta 1931 až 1967 pro každou třídu riziko – výnosnost. Část (b) ukazuje *ex post* hodnoty beta a část (c) ukazuje graf středních výnosností a *ex post* hodnoty beta pro všech deset tříd současně s nejlépe proloženou regresní čarou.[18] I přes případné problémy spojené s touto analýzou jsou výsledky významně konzistentní s teoretickým vztahem mezi očekávanou výnosností a hodnotami beta podle CAPM.

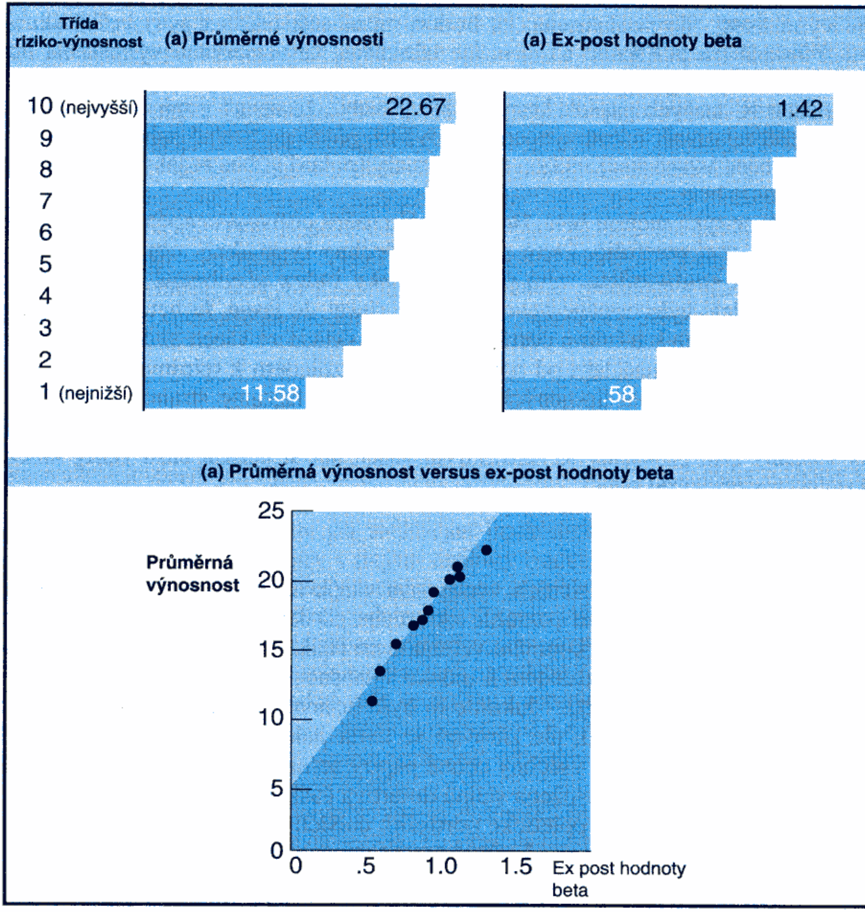
Obrázek 9.2 ukazuje výsledky studie, která se zabývala delšími periodami držení. V tomto případě bylo analyzováno osm pětiletých nepřekrývajících se období od poloviny 1928 do poloviny 1968 a byla stanovena procentní změna hodnoty účtu, který znamenal plnou investici v průběhu každého období (všechny dividendy získané v průběhu pěti let byly reinvestovány; portfolia byla měsíčně vyvažována). Výsledky jsou zhruba konzistentní s pozitivní relací mezi výnosnostmi uprostřed období a hodnotami beta.

---

[16] Vývoj proběhl v Center for Research in Security Prices (CRSP) na University of Chicago a byl sponzorován firmou Merrill Lynch, Pierce, Inc. V současné době je také k dispozici počítačový soubor s denními výnosnostmi.

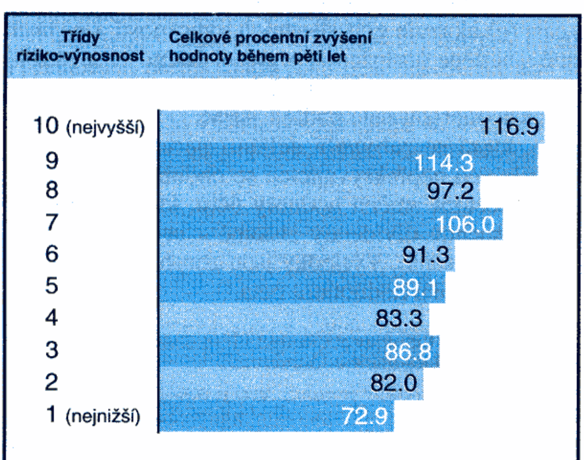
[17] Beta jednotlivých cenných papírů mohou být odhadnuty použitím statistické procedury, která je známa pod názvem jednoduchá regrese nebo metoda nejmenších čtverců; její výklad je v kapitole 15.

[18] Rovnice přímky je $ar_p = 5{,}54 + 12{,}75ß_p$, kde ar_p a $ß_p$ označují průměrnou výnosnost a *ex post* beta portfolia *p*; korelace mezi ar_p a $ß_p$ je 0,97.



OBRÁZEK 9.1
Výkonnost deseti tříd riziko-výnosnost pro roční dobu držení za léta 1931-1967.

ZDROJ: William F. Sharpe a Guy M. Cooper, „Risk-Return Classes of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967", Financial Analysis Journal 28, No.2 (March-April 1972): 51.



OBRÁZEK 9.2
Průměrná výkonnost deseti tříd riziko-výnosnost pro osm pětiletých období držení, 1928 - 1968.

ZDROJ: Marshall E.Blume a Irwin Friend, „Risk, Investment Strategy and the Long-run Rates of Return", *Review of Economics and Statistics* 56, No. 3 (August 1974): 263.

S historickými hodnotami beta se nedá predikovat výnosnost za každé období přesně ani v případech relativních k pohybu trhu. Obrázek 9.3 zachycuje průměrné měsíční výnosnosti deseti tříd riziko – výnosnost za čtyři 105 měsíční období založené na historických hodnotách beta. V každém případě překročila výnosnost trhu (označená čtvercem) bezrizikovou úrokovou sazbu. Tři z čar mají podle očekávání sklon nahoru, ale čtvrtá ne.

Historický faktor beta

Mnoho faktorových modelů používá jako atribut historické beta cenného papíru. Odpovídající *historický faktor beta* poskytuje míru rozdílu mezi akciemi s vysokým historickým beta a nízkým historickým beta za předpokladu, že ostatní atributy jsou shodné. Jestliže mají být historické beta užitečné pro predikování budoucích beta, potom by faktor beta měl být pozitivní ve většině období, kdy výnosnost akcií přesahuje bezrizikovou sazbu, a negativní ve většině období, kdy výnosnost akcií je nižší než bezriziková sazba.

Obrázek 9.4 ukazuje, že to opravdu platí. V měsících, kdy nadměrná výnosnost (tedy výnosnost trhu minus sazba za pokladniční poukázky) na Newyorské akciové burze byla pozitivní,byl obecně beta faktor pozitivní – akcie s vysokými hodnotami beta měly tendenci dávat lepší výsledky než akcie s nízkými hodnotami beta. V měsících, kdy nadměrná výnosnost akcií byla negativní, byl obecně faktor beta negativní – akcie s vysokými historickými hodnotami beta měly tendenci dávat horší výsledky než akcie s nízkými historickými hodnotami beta. Tento vztah je statisticky velmi významný (například t-test 41,7 je statisticky významný na úrovni spolehlivosti 99%).

Ačkoliv většina bodů na obrázku 9.4 leží v pravém horním a levém dolním kvadrantu, některé leží jinde. V těchto případech se skutečný vztah mezi výnosností a beta odlišuje od toho, co bychom mohli očekávat podle CAPM.

Testy CAPM pro nulové beta

V podrobném testu původního CAPM a CAPM pro nulové beta byly použity třídy portfolia k vyšetření vztahu mezi průměrnými výnosnostmi a historickými beta. Tyto třídy byly také testovány na to, zda očekávané výnosnosti nemají na beta nelineární závislost a zda mají souvislost s jedinečným rizikem.

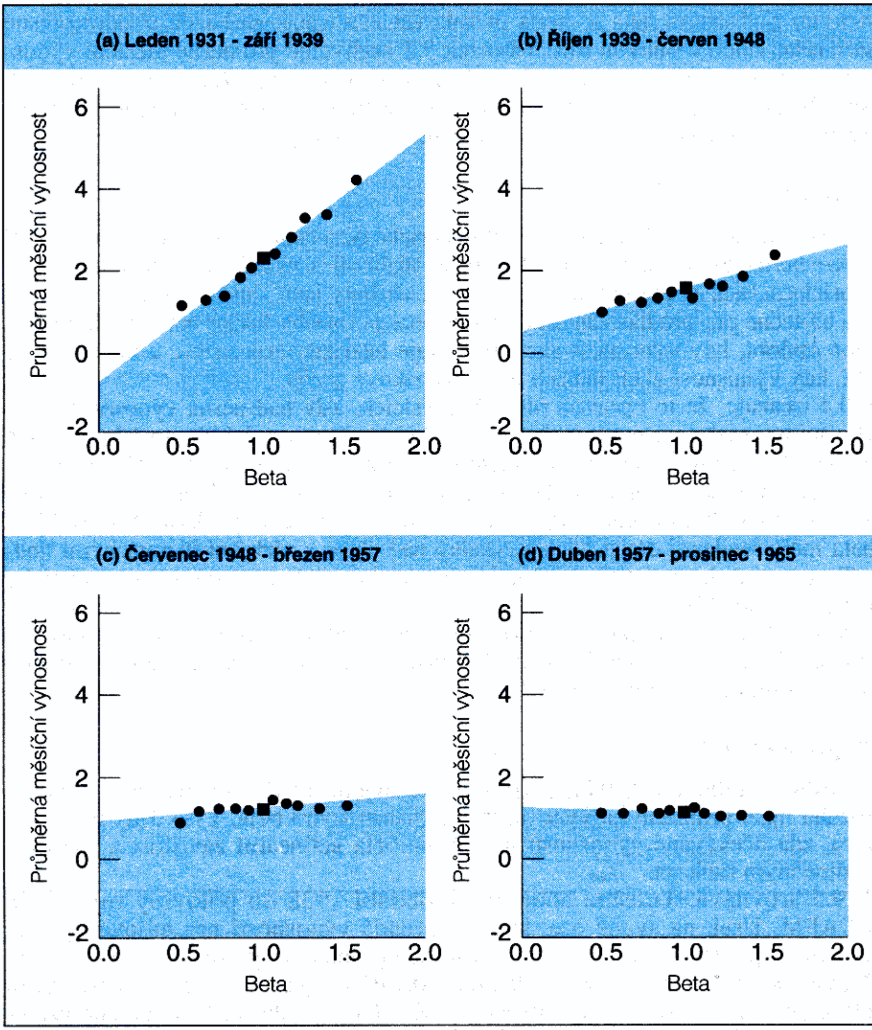
Obrázek 9.5 srovnává skutečné hodnoty za období 1938 do poloviny roku 1968 s původním CAPM. Úsek na svislé ose, který odpovídá výnosnosti pro nulové beta, je 0,61% měsíčně (to odpovídá asi 7,32% ročně), zatímco průměrná výnosnost pokladničních poukázek odpovídající bezrizikové sazbě byla pouze 0,13% měsíčně (to odpovídá asi 1,56% ročně). Rozdíl je podstatný a statisticky významný. Za předpokladu, že beta měřené vzhledem k indexu akcií představuje adekvátní reprezentaci „pravých" beta měřených vzhledem k celkovému tržnímu portfoliu, tento test více podporuje verzi CAPM pro nulové beta než původní verzi.

Podobné testy byly provedeny i s použitím výnosností cenných papírů v jiných zemích se smíšenými, ale nikoliv nepodobnými výsledky.[19]

A.2 TESTY TEORIE STANOVENÍ CEN ARBITRÁŽÍ

Protože teorie stanovení cen arbitráží předpokládá faktorový model výnosnosti cenných papírů, jakýkoliv test jejích předpovědí musí obsahovat tento faktorový model a musí být ve skutečnosti sdruženým testem jak teorie rovnováhy, tak vhodnosti vybraného faktorového modelu. APT navíc poskytuje relativně slabé predikce. Vychází z toho, že pokud se zahrnou

[19] Stručný přehled studií používajících evropská data je v knize Gabriel Hawawini, *European Equity Markets: Price Behavior and Efficiency,* Monograph Series in Finance and Economics 1984-4/5, Salomon Brothers Center for the Study of Financial Institutions, Graduate School of Business Administration, New York University.

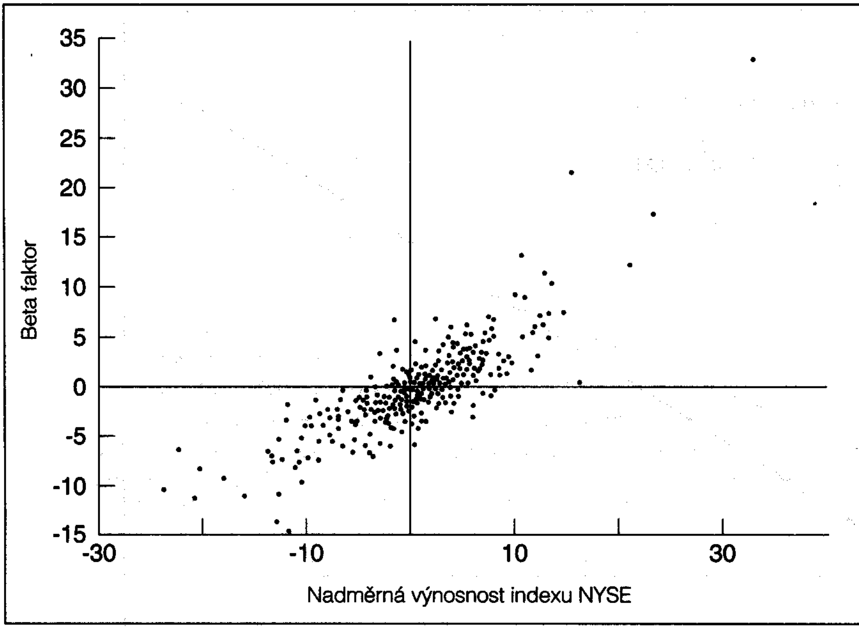


OBRÁZEK 9.3

Výkonnost deseti tříd riziko-výnosnost, čtyři 105měsíční období, 1931-1965.

ZDROJ: Fischer Black, Michael C.Jensen a Myron Scholes„The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests," v Michael C. Jensen (ed.), *Studies in the Theory of Capital Markets* (New York: Praeger Publishers, Inc. 1972): 105-6.

do modelu všechny vlivné faktory, bude se očekávat, že zbývající část výnosnosti typického cenného papíru se bude rovnat bezrizikové úrokové sazbě. Testování tohoto závěru je principiálně možné, ale prakticky je velmi obtížné. Když například model, který byl představen rovnicí (9.9), použijeme pro data popisující výnosnosti akcií, tak „faktor nula" bude obsahovat prvky „faktoru akcií". Analýzy používající jak obligace tak akcie a zahrnující odpovídající faktory explicitně, snižují možnost jejich zahrnutí do faktoru nula zařazením elementů významných zdrojů rizika. Nikdy se však nemusí podařit nalézt množinu cenných papírů, která je tak diverzifikovaná, že umožní použití konzistence faktoru nula s bezrizikovou úrokovou sazbou jako testu APT.



OBRÁZEK 9.4
Hodnoty faktoru beta a výnosnosti NYSE, 1928-1982.

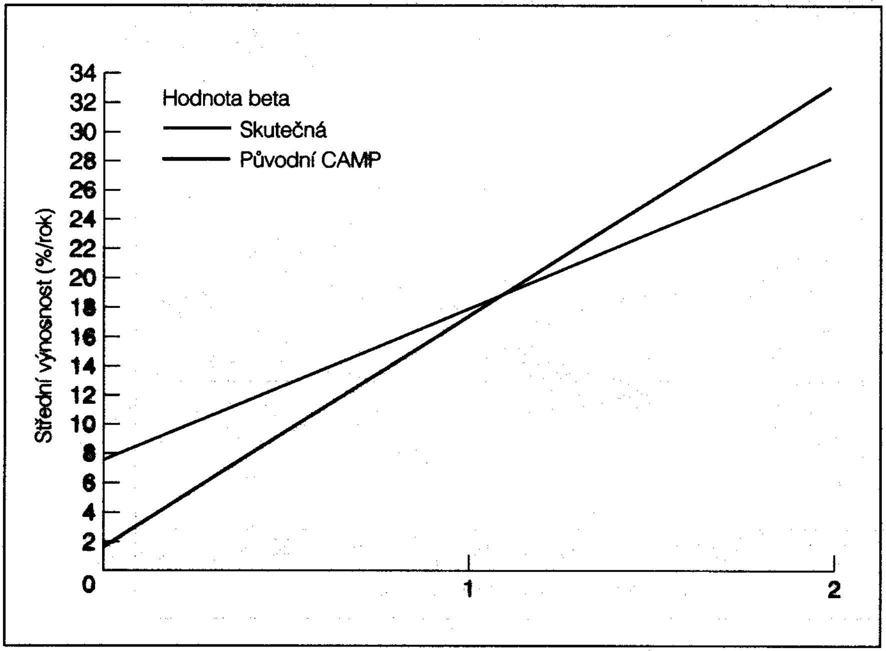
ZDROJ: Blake Grossman a William F.Sharpe, „Factors in Security Returns," příspěvek prezentovaný v Center for the Study of Banking and Financial Markets, University of Washington, March 1984.

Slibnější test se zabývá predikcí toho, jak střední výnosnost cenného papíru souvisí s citlivostmi na podstatné faktory. Konkrétně mezi očekávanými výnosnostmi cenných papírů a nefaktorovým rizikem by neměla existovat žádná souvislost. Protože celkové riziko cenného papíru obsahuje jak nefaktorové, tak faktorové riziko, jeho zahrnutí do analýzy očekávaných výnosností by nemělo pomoci vysvětlit rozdíly v očekávaných výnosnostech.

Jedna studie použila data z let 1962 – 1972 a vypočítala průměrné výnosnosti, citlivosti na každý z pěti faktorů (získané faktorovou analýzou) a celkové směrodatné odchylky výnosností pro 1.260 cenných papírů.[20] Při známých výpočtových nárocích použité metody faktorové analýzy musela být většina analytických výpočtů provedena pro skupiny 30 akcií a ne pro úplnou množinu cenných papírů. Pro každou z výsledných 42 skupin byla provedena regresní analýza s průměrnou výnosností jako závislou proměnnou a s citlivostmi na pět faktorů a celkovou směrodatnou odchylkou jako s nezávislými proměnnými. Ve většině skupin byla statisticky významná závislost mezi průměrnou výnosností a citlivostí alespoň na jeden faktor; bylo také ukázáno, že je velmi nepravděpodobné, aby existovalo více než pět důležitých faktorů.[21] Navíc u většiny skupin nesouvisely průměrné výnosnosti statisticky

[20] Richard Roll a Stephen A.Ross, „An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Finance 35*, No.5 (December 1980): 1073-1103. Dva nedávné empirické články, které tvrdí, že APT stanovuje ceny většiny cenných papírů s menší chybou a je lepší než CAPM, jsou v Bruce N.Lehmann a David M. Modest, „The Empirical Foundations of the Arbitrage Pricing Theory", *Journal of Financial Economics* 21, No. 2 (September 1988) :213-54b a v Gregory Connor a Robert A.Korajczyk, „Risk and Return in an Equilibrium APT: Application of a New Test Methodology", *Journal of Financial Economics* 21, No.2 (September 1988): 255-89.

[21] Pozdější studie ukázala, že existují čtyři faktory, které odpovídají (1) očekávané a neočekávané inflaci, (2) průmyslové výrobě, (3) rozpětí míry výnosnosti mezi kvalitními a nekvalitními podnikovými obligacemi a (4) rozpětí míry výnosnosti mezi dlouhodobými a krátkodobými vládními obligacemi. Viz Nai-Fu Chen, Richard Roll a Stephen A.Ross, „Economic Forces and the Stock Market", *Journal of Business* 59, No.3 (July 1986): 386-403.



OBRÁZEK 9.5
Průměrná výnosnost a beta.

ZDROJ: Upraveno z Eugene F.Fama a James D.MacBeth, „Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests," *Journal of Political Economy* 81, No.3 (May 1973): 622.

významně s celkovou směrodatnou odchylkou. Tyto výsledky, i když nejsou definitivní, jsou konzistentní s teorií.

OTÁZKY A PROBLÉMY

1. V čem se významně liší APT od CAPM?
2. Je pravda, že když někdo věří, že APT je správná teorie stanovení cen aktiv, tak vztah riziko-výnosnost odvozený z CAPM je nutně nesprávný? Proč?
3. Kdyby byly výnosnosti cenných papírů generovány vícefaktorovým modelem a neexistoval CAPM, byl by základní postup konstrukce efektivní množiny a stanovení investorova optimálního portfolia principiálně jiný? Vysvětlete.
4. Mezi faktory, o kterých se dá předpokládat, že budou podstatné, jsou růst reálného HNP, reálné úrokové sazby, neočekávaná inflace a ceny ropy. Ke každému faktoru uveďte příklad odvětví, u kterého se dá očekávat vysoká citlivost (ať pozitivní nebo negativní) na tento faktor.
5. Co je míněno pojmem „arbitrážní zisk"?
6. Předpokládejme, že výnosnosti cenných papírů jsou generovány třemi faktory podle následujícího vztahu:

$$r_i = r_f + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + b_{i3}F_3 + e_i$$

Jsou dány dva cenné papíry X a Y:

$$r_f = 4\% \qquad b_{X1} = 0{,}07 \qquad \sigma_{F1} = 12\%$$

$F_1 = 5\%$ $\quad b_{X2} = 1{,}30$ $\quad \sigma_{F2} = 14\%$

$F_2 = 7\%$ $\quad b_{X3} = 1{,}10$ $\quad \sigma_{F3} = 8\%$

$F_3 = 8\%$ $\quad b_{X4} = 0{,}80$ $\quad \sigma_{eX} = 20\%$

$b_{X5} = 0{,}90$ $\quad \sigma_{eY} = 30\%$

$b_{X6} = 1{,}20$

a. Jaká je očekávaná výnosnost akcií *X* a *Y*?

b. Jaká je směrodatná odchylka výnosnosti akcií *X* a *Y*?

7. Co je portfolio „čistého faktoru“? Jak jsou taková portfolia konstruována?

8. Předpokládejme, že výnosnosti cenných papírů jsou generovány faktorovým modelem, v němž jsou dva faktory podstatné. Níže jsou uvedeny citlivosti dvou cenných papírů a bezrizikové sazby na každý z těchto dvou faktorů společně s očekávanou výnosností každého cenného papíru.

CENNÝ PAPÍR	b_{i1}	b_{i2}	OČEKÁVANÁ VÝNOSNOST
A	0,50	0,80	16,2%
B	1,50	1,40	21,6
r_f	0,00	0,00	10,0

a. Jestliže má Dots Miller investovat \$100 a uskuteční prodej nakrátko cenného papíru B za \$50 a nakoupí za \$150 cenného papíru A, jaká bude citlivost Dotsova portfolia na tyto dva faktory? (Ignorujte požadavky na krytí.)

b. Jestliže si nyní Dots vypůjčí \$100 při bezrizikové sazbě a investuje výtěžek půjčky společně s původními \$100 do cenných papírů A a B ve stejných proporcích jaké jsou popsány v části (a), jaká bude citlivost tohoto portfolia na uvedené dva faktory?

c. Jaká je očekávaná výnosnost portfolia vytvořeného v části (b)?

d. Jaká je očekávaná prémie výnosnosti faktoru 2?

9. Předpokládejme, že CAPM platí a že výnosnosti cenných papírů jsou generovány následujícím faktorovým modelem:

$$r_i = r_f + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + e_i$$

Máte také následující informace:

$\sigma_M^2 = 324$ $\quad b_{A1} = 0{,}80$ $\quad b_{B1} = 1{,}00$

$\text{cov}(F_1, r_M) = 156$ $\quad b_{A2} = 1{,}10$ $\quad b_{B2} = 0{,}70$

$\text{cov}(F_2, r_M) = 500$

a. Vypočtěte koeficienty beta cenných papírů A a B.

b. Když bude bezriziková sazba 6% a očekávaná výnosnost tržního portfolia 12%, jaká bude očekávaná výnosnost cenných papírů A a B?

10. Benny Kauff tvrdí, že „CAPM *nepředpokládá*, že výnosnosti jsou generovány faktorovým modelem. Tento model však v sobě *zahrnuje* generování výnosností faktorovým modelem." Vysvětlete, co má Benny Kauff na mysli.

11. (Otázka k dodatku) Někteří lidé tvrdí, že tržní portfolio se nikdy nedá změřit a že z tohoto důvodu je CAPM netestovatelný. Jiní tvrdí, že APT neurčuje ani počet faktorů, ani jejich identitu, a proto je také netestovatelný. Pokud jsou tyto pohledy správné, znamená to, že tyto teorie nemají význam? Vysvětlete.