

## 8. Indexy

Indexy predstavujú tie pomerné čísla, ktorými sa porovnávajú zmeny hodnôt rovnomerných a vecne definovaných ukazovateľov v priestore a v čase. Pomocou indexov sa porovnávajú dva druhy veličín:

- extenzitné veličiny a
- intenzitné veličiny.

*Extenzitné ( $q$ )* veličiny vyjadrujú kvantitatívny rozsah veličiny, akým je napr. objem, množstvo, hmotnosť, veľkosť, rozsah a pod. Hodnoty týchto veličín sa získavajú priamym meraním. Členia sa na:

- *jednoduché*, vecne rovnorodé; získavajú sa zhrňovaním (napr. sčítaním) v čase (okamihové, intervalové), alebo v priestore (podnik, závod, úsek) a

- *zložené*, vecne rôznorodé; získavajú sa prevodom na sčítací základ prostredníctvom inej veličiny (napr. prostredníctvom peňazí, uncí a pod.).

*Intenzitné ( $p$ )* veličiny vyjadrujú intenzitu skúmaného javu voči inému javu a vyjadrujú sa spravidla relatívne, napr. pomerom dvoch extenzitných veličín. Napr.: priemerný výkon robotníka sa vyjadruje pomerom extenzitnej veličiny „celkový výkon“ (napr.: 4 kusy obrobkov) voči extenzitnej veličine „počet robotníkov“. Celkový výkon je extenzitná veličina, ktorej intenzita sa zisťuje. Prirovnáva sa extenzitná veličina (vyjadrená v čitateli – celkový výkon), ktorej intenzita sa zisťuje, ku extenzitnej veličine (vyjadrenej v základe, v menovateli – počet robotníkov), ktorá je nositeľom danej intenzitnej veličiny.

Extenzitné veličiny nie sú viazané na existenciu intenzitných veličín. Intenzitná veličina nemôže existovať bez svojho nositeľa, príslušnej extenzitnej veličiny. Intenzitné veličiny sú rôznorodé pomerové čísla.

Intenzitné veličiny sa zhrňujú alebo spriemerovaním, ak sa vzťahujú na extenzitné veličiny jednoduché, alebo sa zhrňujú prostredníctvom ich nositeľov, ak sa vzťahujú na extenzitné veličiny zložené. V tom druhom prípade ide o zhrňovanie agregáciou.

## 8.1 Členenie indexov

Indexy sa členia podľa ich charakteru na indexy:

- individuálne
  - jednoduché
  - zložené
    - premenlivého zloženia
    - stáleho zloženia
    - štruktúry
- súhrnné
  - hodnotové
  - cenové
  - fyzického objemu

Predmetom *individuálnych* indexov sú extenzitné veličiny jednoduché, druhovo rovnorodé, a intenzitné veličiny, ktorých nositeľmi sú jednoduché extenzitné veličiny.

Predmetom *súhrnných* indexov sú extenzitné veličiny zložené, druhovo rôznorodé, a intenzitné veličiny, ktorých nositeľmi sú zložené extenzitné veličiny.

U individuálnych indexov ide o meranie zmeny jednej jednoduchšej extenzitnej veličiny. U súhrnných indexov ide o meranie zmien celého radu, súhrnu zložených extenzitných veličín.

Pokiaľ ide o zhrňovanie individuálnych indexov, extenzitné a intenzitné veličiny sa zhrňujú rozdielne. Extenzitné jednoduché veličiny sa zhrňujú sčítaním. Intenzitné veličiny, ktorých nositeľmi sú jednoduché extenzitné veličiny, sa zhrňujú zostavením priemerov.

Pri konštrukcii súhrnných indexov ide o meranie zmien dvoch priemerných veličín. Súhrnné indexy vyjadrujú súhrn alebo zmenu zložených extenzitných veličín, ktoré sa skladajú z celého radu extenzitných jednoduchých veličín.

Súhrnné indexy vyjadrujú zmenu intenzitných veličín, ktorých nositeľmi sú extenzitné veličiny.

Súhrnné indexy vyjadrujú aj súčasné zmeny extenzitných a intenzitných veličín. Podľa toho sa vytvárajú jednotlivé typy súhrnných indexov tak, ako sú vyššie v prehľade uvedené. Indexy cenové a indexy fyzického objemu sa vyjadrujú tak v agregovanom, ako aj v priemernom tvare.

## 8.2 Individuálne indexy

Individuálne indexy sú dvojakého druhu: jednoduché a zložené.

**Individuálne indexy jednoduché.** Jednoduché indexy extenzitnej a intenzitnej veličiny majú tvary:

$$i_{1/0} = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_{1/0} = \frac{p_1}{p_0}$$

kde  $q$  a  $p$  sú symboly vyjadrujúce extenzitnú a intenzitnú veličinu; porovnávané (napr. bežné) obdobie je označené číslom 1 a základné obdobie číslom 0.

Napríklad: výroba nákladných automobilov v závode AZ v treťom roku bola 1235 kusov, v základom období 975 kusov. O koľko vzrástla výroba v sledovanom roku?

$$i_{3/0} = \frac{1235}{975} = 1,27 = 127\%$$

Výroba v treťom roku dosiahla 127% objemu voči roku východiskovému, vzrástla teda o 27%.

**Individuálne indexy zložené.** Individuálne zložené indexy sa zostavujú agregáciou extenzitných a intenzitných veličín. Agregácia extenzitných veličín sa vykonáva ich zlučovaním (sčítaním). Agregácie intenzitných veličín sa získavajú spriemerovaním veličín a členia sa na individuálne indexy premenlivého zloženia, stáleho zloženia a štruktúry.

Indexy *premenlivého zloženia* majú tvar:

$$i_{pz} = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1}}{\frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}} \quad (8.1)$$

kde  $i_{pz}$  je symbolom pre index premenlivého zloženia.

Index premenlivého zloženia vyjadruje zmenu dvoch priemerných veličín, ktorú vyvolali zmeny intenzitných veličín a ich nositeľov – extenzitných veličín. Index premenlivého zloženia možno tiež rozložiť na súčin dvoch takých indexov, z ktorých každý vyjadruje zmenu iba jedného činiteľa.

Index *stáleho zloženia* sa získava použitím stálych váh z pozorovaného, alebo zo základného obdobia:

$$i_{sz} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} ; \quad \text{resp.:} \quad i_{sz} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad (8.2)$$

Tieto indexy vyjadrujú zmenu úrovne skúmanej intenzitnej veličiny, ktorá by nastala, keby v oboch obdobiach bola zachovaná rovnaká štruktúra extenzitných veličín.

Zjednodušeným spôsobom možno tieto indexy vyjadriť v agregovanej forme:

$$i_{sz} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} ; \quad \text{resp.:} \quad i_{sz} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad (8.3)$$

Pri prevode indexu stáleho zloženia z agregovanej formy na priemerný tvar sa využíva vážený priemer individuálnych indexov. Ak sa napríklad použije vážený harmonický priemer z individuálnych priemerov  $p_1/p_0$ , a váži sa súčinními  $p_1 q_1$  u prvého z vyššie uvedených indexov, získa sa tvar:

$$i_{sz} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{\frac{p_1}{p_0}}} \quad (8.4)$$

a ak sa u druhého z uvedených tvarov zloženého indexu použije aritmetický priemer z tých istých individuálnych priemerov a váži sa súčinními  $p_0 q_0$ , získa sa tvar:

$$i_{sz} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0} p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad (8.5)$$

Uvedené priemerné tvary vyjadrujú priemernú zmenu skúmanej intenzitnej veličiny a sú váženým harmonickým, resp. aritmetickým priemerom z jej individuálnych zmien  $p_1/p_0$ .

Index *štruktúry* sa dá zapísať v týchto tvaroch:

$$i_s = \frac{\frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1}}{\frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}} ; \quad \text{resp.:} \quad i_s = \frac{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1}}{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum q_0}} \quad (8.6)$$

Index štruktúry vyjadruje vplyv zmeny štruktúry na zmenu skúmanej intenzitnej veličiny. Index stáleho zloženia vyjadruje vplyv zmeny samotnej sledovanej intenzitnej veličiny. Index premenlivého zloženia vyjadruje vplyv obidvoch týchto činiteľov. Medzi uvedenými trom indexmi platí vzťah:

$$i_{pz} = i_{sz} \times i_s \quad (8.7)$$

z čoho tiež vyplýva, že

$$i_{sz} = \frac{i_{pz}}{i_s} \quad \text{a} \quad i_s = \frac{i_{pz}}{i_{sz}} \quad (8.8)$$

Pokiaľ ide o vyjadrenie zmien v absolútnych hodnotách, absolútna zmena intenzitnej veličiny, ktorá pripadá na jednu jednotku extenzitnej veličiny, sa stanoví vzťahom:

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} \quad (8.9)$$

a pre celý súbor extenzitných veličín pri použití indexu premenlivého zloženia vzťahom:

$$\left( \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} \right) \sum q_1 \quad (8.10)$$

a pri použití indexu stáleho zloženia vzťahom:

$$\left( \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \right) \sum q_1 \quad (8.11)$$

a pri použití indexu štruktúry vzt'ahom:

$$\left( \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} \right) \sum q_1 \quad (8.12)$$

a pre vyjadrenie ich vzájomných vzt'ahov:

$$\left( \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} \right) \sum q_1 = \left( \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \right) \sum q_1 + \left( \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} \right) \sum q_1 \quad (8.13)$$

### **Príklad 8.1**

#### **Individuálne indexy**

Podnik zaviedol na trh nový výrobok. Po dvoch mesiacoch predaja (máj, jún) máme k dispozícii údaje o predanom množstve, cene a objeme tržieb v dvoch nezávislých predajniach.

| Predajňa | Predané množstvo (ks) |                  | Cena (Sk/ks)     |                  | Objem tržieb (Sk) |                  |
|----------|-----------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|
|          | máj<br>( $q_0$ )      | jún<br>( $q_1$ ) | máj<br>( $p_0$ ) | jún<br>( $p_1$ ) | máj<br>( $Q_0$ )  | jún<br>( $Q_1$ ) |
| 1        | 500                   | 350              | 10               | 15               | 5000              | 5250             |
| 2        | 300                   | 400              | 12               | 10               | 3600              | 4000             |
| Spolu    | 800                   | 750              | X                | X                | 8600              | 9250             |

Tab. 8.1 Údaje o predanom množstve, cenách a objeme tržieb v dvoch nezávislých predajniach

Ako sa zmenilo predané množstvo výrobku, cena výrobku a objem tržieb za výrobok v každej z predajní v júni oproti mesiacu máj?

Ako sa zmenilo predané množstvo výrobku, cena sledovaného výrobku a objem tržieb za výrobok v júni oproti máju v oboch predajniach spolu?

Bežné obdobie je jún (označíme symbolom 1), základné obdobie je máj (označíme symbolom 0). Relatívnu zmenu sledovaných veličín v každej z predajní vyjadríme individuálnymi jednoduchými indexmi.

$$i_q(1) = \frac{q_1}{q_0} = \frac{350}{500} = 0,7$$

$$i_q(2) = \frac{q_1}{q_0} = \frac{400}{300} = 1,3$$

V predajni 1 sa znížilo predané množstvo sledovaného výrobku v júni oproti máju o 30%, predajňa 2 zaznamenala júnový nárast predaného množstva výrobku o jednu tretinu.

$$i_p(1) = \frac{p_1}{p_0} = \frac{15}{10} = 1,5$$

$$i_p(2) = \frac{p_1}{p_0} = \frac{10}{12} = 0,8\bar{3}$$

Pokiaľ ide o vývoj jednotkovej ceny, tak v 1. predajni sme zaznamenali nárast predajnej ceny o polovicu a v predajni číslo 2 naopak pokles o približne 17%.

$$i_Q(1) = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{5250}{5000} = 1,05$$

$$i_Q(2) = \frac{Q_1}{Q_0} = \frac{4000}{3600} = 1,1\bar{1}$$

Medzimesačný vývoj bol okrem už spomínaných faktov sprevádzaný zvýšením celkového objemu tržieb v prvej predajni o 5% a v druhej predajni približne o 11%.

O zmenách vo vývoji sledovaných veličín sa presvedčíme aj v oboch predajniach súčasne za pomoci individuálnych zložených indexov. Agregáciu extenzitných veličín ( $q, Q$ ) vykonáme sčítaním, agregáciu intenzitnej veličiny ( $p$ ) spriemerovaním váženým aritmetickým priemerom.

$$i_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0} = \frac{750}{800} = 0,9375$$

Predané množstvo sa znížilo o 6,25% v oboch predajniach v mesiaci jún oproti mesiacu máj.

$$\bar{i}_p = \frac{\bar{p}_1}{\bar{p}_0} = \frac{\frac{\sum Q_1}{\sum q_1}}{\frac{\sum Q_0}{\sum q_0}} = \frac{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1}}{\frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}} = \frac{\frac{9250}{750}}{\frac{8600}{800}} = 1,1473$$

Priemerná cena výrobku sa zvýšila v mesiaci jún o 14,73% oproti mesiacu máj.

$$i_Q = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} = \frac{9250}{8600} = 1,0756$$

V sledovanom období sa celkový objem tržieb zvýšil v oboch predajniach o 7,56%.

**Príklad 8.2****Index premenlivého zloženia, index stáleho zloženia a index štruktúry**

Priemerná cena výrobku vzrástla o 14,73%. Zmena priemernej ceny je dôsledkom toho, ako sa zmenila cena v prvej a druhej predajni a súčasne dôsledkom zmeny predaného množstva v oboch predajniach. Budeme chcieť oddeliť uvedené dva vplyvy. Index premenlivého zloženia je vyjadrením podielu dvoch hodnôt vážených aritmetických priemerov (ako sme uviedli v príklade 8.1) a je vyjadrením priemernej relatívnej zmeny intenzitného ukazovateľa (v našom prípade ceny). Rozklad vypočítaného indexu premenlivého zloženia na index stáleho zloženia a index štruktúry nám umožní kvantifikovať vplyvy zmeny samotných cien a vplyvy zmeny predaného množstva a to každý vplyv samostatne. Na výpočet indexu stáleho zloženia a indexu štruktúry však potrebujeme uskutočniť ďalšie čiastkové výpočty.

| Predajňa | $p_1q_1$ | $p_0q_0$ | $p_1q_0$ | $p_0q_1$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1        | 5250     | 5000     | 7500     | 3500     |
| 2        | 4000     | 3600     | 3000     | 4800     |
| Spolu    | 9250     | 8600     | 10500    | 8300     |

Tab. 8.2 Čiastkové výpočty potrebné na stanovenie indexu stáleho zloženia podľa (8.3) a indexu štruktúry podľa (8.6)

Index stáleho zloženia

$$i_{sz} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{9250}{8300} = 1,1145$$

ak fixujeme predané množstvo na úrovni  $q_1$ , resp.

$$i_{sz} = \frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} = \frac{10500}{8600} = 1,2209$$

ak fixujeme predané množstvo na úrovni  $q_0$ .

Index štruktúry

$$i_s = \frac{\frac{\sum p_0q_1}{\sum q_1}}{\frac{\sum p_0q_0}{\sum q_0}} = \frac{\frac{8300}{750}}{\frac{8600}{800}} = 1,0294$$

ak fixujeme cenu na úrovni  $p_0$ ,



$$i_s = \frac{\frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1}}{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum q_0}} = \frac{\frac{9250}{750}}{\frac{10500}{800}} = 0,9397$$

ak fixujeme cenu na úrovni  $p_1$ .

$$i_{pz} = i_{sz} \times i_s$$

$$1,1473 = 1,1145 \times 1,0294, \text{ resp.}$$

$$1,1473 = 1,2209 \times 0,9397$$

Interpretujeme výsledky výpočtu:

1.interpretácia: priemerná cena výrobku vzrástla v dôsledku zmeny samotných cien o 11,45% (za predpokladu, že predané množstvo je fixované na úrovni  $q_1$ ) a v dôsledku zmeny predaného množstva sa zvýšila o 2,94% (za predpokladu cenovej úrovne  $p_0$ ).

2. interpretácia: priemerná cena vzrástla v dôsledku zmeny samotných cien o 22,09% (za predpokladu, že predané množstvo je na úrovni  $q_0$ ) a v dôsledku zmeny predaného množstva sa znížila o 6,03% (ak uvažujeme cenovú úroveň  $p_1$ ).

Pokiaľ ide o absolútne zmeny ceny, ktorá pripadá na jednu jednotku predaného množstva, dosadením do vzťahu (8.9) dostaneme hodnotu 1,58.

### 8.3 Súhrnné indexy

Súhrnnými indexmi sa merajú zmeny extenzitných zložitých veličín a takých intenzitných veličín, ktorých nositeľmi sú zložené extenzitné veličiny. Na základe súmerných, spočítateľných veličín sa zostavujú súhrny, agregáty, z ktorých sa zostavujú agregátne tvary.

Ak sa pri zložených indexoch chce získať vplyv jedného činiteľa, druhý činiteľ sa eliminuje. To sa dosahuje štandardizáciou porovnávaných agregátov na jednej a tej istej úrovni. Získajú sa *čiastkové* súhrnné indexy

- extenzitnej veličiny:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} \quad (8.14)$$

- intenzitnej veličiny:

$$I_p = \frac{\sum qp_1}{\sum qp_0} \quad (8.15)$$

Stála úroveň extenzitných  $q$  a intenzitných  $p$  veličín sa získa ustálením na úrovni základného obdobia:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} ; \quad I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} \quad (8.16)$$

alebo bežného obdobia:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} ; \quad I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} \quad (8.17)$$

Súhrnné indexy extenzitnej i intenzitnej veličiny sú čiastkovými súhrnnými indexmi:

$$I_h = I_q \times I_p \quad (8.18)$$

kde  $I_h$  predstavuje súhrnný index skúmanej veličiny.

Súhrnný index extenzitnej veličiny sa nazýva *objemovým indexom* alebo indexom *fyzického objemu*.

Súhrnný index intenzitnej veličiny, index intenzity, sa nazýva *indexom úrovne*. Nazývajú sa aj *cenovým* indexom podľa toho, že ceny bývajú najčastejším vyjadrením intenzitných veličín.

Popri agregátovom tvare možno indexy objemové i indexy úrovne vyjadriť v tzv. *priemernom* tvare. Pritom sa používa tvar aritmetického alebo harmonického priemeru, ktoré sa vypočítajú z individuálnych indexov  $\left( \frac{q_1}{q_0} \text{ alebo } \frac{p_1}{p_0} \right)$ . Ako váhy sa použijú zložky agregátov.

Agregátový index fyzického  $f_0$  objemu má tvar:

$$I_{f_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (8.19)$$

a po dosadení hodnôt váženého aritmetického priemeru individuálnych hodnôt s váhami  $q_0 p_0$  sa získa priemerný tvar indexu fyzického objemu:

$$I_{f_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0} q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} \quad (8.20)$$

Harmonicky priemer sa používa vtedy, keď sa ako váha použije hodnota  $q_1 p_0$ :

$$I_{f_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum \frac{q_1 p_0}{\frac{q_1}{q_0}}} \quad (8.21)$$

Priemerný tvar súhrnného indexu *úrovne* sa vytvára podľa zásad konštrukcie objemových indexov. Harmonický priemer má tvar:

$$I_c = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_1 p_1}{\frac{p_1}{p_0}}} \quad (8.22)$$

a aritmetický priemer:

$$I_c = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0 \frac{p_1}{p_0}}{\sum q_1 p_0} \quad (8.23)$$

ktorý tvar sa, vzhľadom na povahu váh  $q_1 p_0$ , vyskytuje zriedkavejšie. Je tomu tak aj u harmonického priemeru fyzického objemu, ktorý sme vyššie uviedli.

Priemerné tvary súhrnných extenzitných alebo intenzitných veličín umožňujú porovnávať dvojice indexov podľa formúl Paascheho a Laspeyresa.

Ak sa prevedú na rovnaký priemerný tvar obidva indexy extenzitnej a intenzitnej veličiny, získajú sa tvary:

$${}_P I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{\sum q_0 p_1 \frac{q_1}{q_0}}{\sum q_0 p_1} \quad (8.24)$$

$${}_L I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 \frac{q_1}{q_0}}{\sum q_0 p_0} \quad (8.25)$$

resp.:

$${}_P I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0 \frac{p_1}{p_0}}{\sum q_1 p_0} \quad (8.26)$$

$${}_L I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 \frac{p_1}{p_0}}{\sum q_0 p_0} \quad (8.27)$$

Prevod na priemerný tvar podľa aritmetického priemeru umožňuje vzájomné porovnávanie každej dvojice. Rozdielnosť výsledkov indexov je daná rozdielnosťou použitých váh.

Rozdiely v hodnotách porovnávaných indexov sú tým väčšie, čím:

- je intenzívnejší stupeň závislosti medzi vzájomnými zmenami intenzitných a extenzitných veličín,
- je väčšia variabilita individuálnych indexov extenzitných veličín,
- je väčšia variabilita individuálnych indexov intenzitných veličín.

Čiastkový súhrnný index extenzitných a intenzitných veličín sa stanovuje tiež ako tzv. ideálny Fisherov index a je geometrickým priemerom formúl Paascheho a Laspeyresa:

$${}_F I_q = \sqrt{{}_P I_q \times {}_L I_q} \quad (8.28)$$

resp.:

$${}_F I_p = \sqrt{{}_P I_p \times {}_L I_p} \quad (8.29)$$

z čoho:

$$I_h = {}_F I_q \times {}_F I_p = {}_P I_p \times {}_L I_q = {}_L I_p \times {}_P I_q \quad (8.30)$$

kde  $I_h$  vyjadruje súhrnný hodnotový index.

Jednotlivé súhrnné indexy v agregátovom tvare sú relatívnym, pomerovým porovnaním dvoch agregátov. Absolútne porovnanie je rozdielom týchto agregátov:

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = (\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0) + (\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0) \quad (8.31)$$

Súčet absolútnych vyjadrení zo súhrnného indexu extenzitnej a intenzitnej veličiny predstavuje absolútne vyjadrenie zo súhrnu hodnotového indexu.

### **Príklad 8.3**

#### **Súhrnné indexy úrovné**

Rozšírime našu úvahu o dva druhy výrobkov. Posúdime vývoj cien výrobkov za pomoci Paascheho, Laspeyresovho indexu a ideálneho Fisherovho indexu.

| Výrobok | Cena (Sk/ks) |       | Predané množstvo (ks) |       |
|---------|--------------|-------|-----------------------|-------|
|         | $p_0$        | $p_1$ | $q_0$                 | $q_1$ |
| 1       | 10           | 12    | 500                   | 300   |
| 2       | 9            | 10    | 600                   | 550   |

Tab. 8.3 Údaje o jednotkovej cene výrobkov a predanom množstve výrobkov v dvoch za sebou idúcich obdobiach

Aby sme dostali požadované indexy, uskutočníme niektoré čiastkové výpočty vyplývajúce z (8.26) a (8.27).

| Výrobok | $p_0 q_0$ | $p_1 q_0$ | $p_0 q_1$ | $p_1 q_1$ |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1       | 5000      | 6000      | 3000      | 3600      |
| 2       | 5400      | 6000      | 4950      | 5500      |
| Spolu   | 10400     | 12000     | 7950      | 9100      |

Tab. 8.4 Čiastkové výpočty

Paascheho index:

$${}_P I_P = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{9100}{7950} = 1,1446$$

Absolútny prírastok:

$${}_P \Delta_p = 9100 - 7950 = 1150$$

Laspeyresov index:

$${}_L I_P = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{12000}{10400} = 1,1538$$

Absolútny prírastok:

$${}_L \Delta_p = 12000 - 10400 = 1600$$

Ak uvažujeme predané množstvo na úrovni bežného obdobia, došlo k nárastu cien o 14,46% v bežnom období oproti základnému obdobiu. Spotrebitelia museli pri nákupe rovnakého množstva tovaru ( $q_1$ ) zaplatiť v bežnom období o 1150 Sk viac, alebo inak povedané v základnom období by ich rovnaké množstvo tovaru ( $q_1$ ) vyšlo o 1150 Sk lacnejšie.

Ak uvažujeme predané množstvo na úrovni základného obdobia, vzrástli by ceny celkovo o 15,38%. V bežnom období by za rovnaké množstvo tovaru ( $q_0$ ) museli spotrebitelia zaplatiť o 1600 Sk viac.

$${}_F I_P = \sqrt{{}_P I_P \times {}_L I_P} = \sqrt{1,1446 \times 1,1538} = 1,1492$$

Absolútny prírastok:

$${}_F \Delta_p = \frac{{}_P \Delta_p + {}_L \Delta_p}{2} = \frac{1600 + 1150}{2} = 1375$$

Fisherov index hovorí, že priemerná zmena cien činila 14,92%. Priemerné zvýšenie cien v absolútnom vyjadrení dosiahlo 1375 Sk.

**Príklad 8.4****Súhrnné objemové indexy**

Pokračujeme ďalej v našej úvahe o dvoch výrobkoch a charakterizujeme zmenu v objeme výroby Paascheho, Laspeyresovým a Fisherovým indexom. Hodnoty potrebné na výpočet obsahuje tabuľka 8.4.

Paascheho index:

$${}_P I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{9100}{12000} = 0,7583$$

Absolútny prírastok:

$${}_P \Delta_q = 9100 - 12000 = -2900$$

Laspeyresov index:

$${}_L I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{7950}{10400} = 0,7644$$

Absolútny prírastok:

$${}_L \Delta_q = 7950 - 10400 = -2450$$

Paascheho objemový index ukazuje, že objem výroby vyjadrený v cenách bežného roku poklesol o 24,17%, čo v absolútnom vyjadrení znamená sumu 2900 Sk.

Laspeyresov objemový index udáva, že objem výroby vyjadrený v cenách základného obdobia poklesol o 23,56%, čo v absolútnych číslach predstavuje sumu 2450 Sk.

Fisherov index:

$${}_F I_q = \sqrt{{}_P I_q \times {}_L I_q} = \sqrt{0,7583 \times 0,7644} = 0,7613$$

Absolútny prírastok:

$${}_F \Delta_q = \frac{{}_P \Delta_q + {}_L \Delta_q}{2} = \frac{-2900 + (-2450)}{2} = -2675$$

Podľa Fisherovho indexu je pokles objemu produkcie vyjadrený hodnotou 23,87%, čo v absolútnom vyjadrení znamená úbytok produkcie o 2675 Sk.

## 8.4 Vlastnosti indexov

Indexy sa zostavujú voči východiskovému obdobiu dvojakým spôsobom:

- a) **bázické** indexy sú indexy so stálym základom hodnôt východiskového obdobia
- b) **reťazové** indexy sú indexy s pohyblivým základom, t.j. so základom z hodnôt predchádzajúceho obdobia.

Ak je rad pozostávajúci z  $n$  extenzitných a intenzitných veličín, tak:

- bázické indexy budú tvoriť rad

$$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_0}, \frac{q_3}{q_0}, \dots, \frac{q_n}{q_0} \quad \text{resp.:} \quad \frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_0}, \frac{p_3}{p_0}, \dots, \frac{p_n}{p_0} \quad (8.32)$$

- reťazové indexy tvoria rad

$$\frac{q_1}{q_0}, \frac{q_2}{q_1}, \frac{q_3}{q_2}, \dots, \frac{q_n}{q_{n-1}} \quad \text{resp.:} \quad \frac{p_1}{p_0}, \frac{p_2}{p_1}, \frac{p_3}{p_2}, \dots, \frac{p_n}{p_{n-1}} \quad (8.33)$$

Násobením reťazových indexov sa získajú bázické indexy:

$$\frac{q_1}{q_0} \times \frac{q_2}{q_1} \times \frac{q_3}{q_2} \times \dots \times \frac{q_n}{q_{n-1}} = \frac{q_n}{q_0} \quad \text{resp.:} \quad \frac{p_1}{p_0} \times \frac{p_2}{p_1} \times \frac{p_3}{p_2} \times \dots \times \frac{p_n}{p_{n-1}} = \frac{p_n}{p_0} \quad (8.34)$$

Delením dvoch za sebou nasledujúcich bázických indexov sa získa reťazový index:

$$\frac{q_2}{q_0} \div \frac{q_1}{q_0} = \frac{q_2}{q_1}; \quad \frac{p_4}{p_0} \div \frac{p_3}{p_0} = \frac{p_4}{p_3} \quad (8.35)$$

čiže:

$$\frac{q_n}{q_0} \times \frac{q_{n-1}}{q_0} = \frac{q_n}{q_{n-1}} \quad \text{resp.:} \quad \frac{p_n}{p_0} \times \frac{p_{n-1}}{p_0} = \frac{p_n}{p_{n-1}} \quad (8.36)$$

Tieto vzťahy platia pre individuálne indexy premenlivého zloženia a pre súhrnné hodnotové indexy.

Vlastnosti jednotlivých indexov sa overujú skúškami. Patria k nim:

- a) *kruhovú* skúška, ak sa súčin radu reťazových indexov vynásobí indexom  $i_{0/n}$ , dostane sa hodnota jeden (1)

$$i_{1/0} \times i_{2/1} \times i_{3/2} \times \dots \times i_{n/n-1} \times i_{0/n} = 1 \quad (8.37)$$

Tejto skúške vyhovujú individuálne jednoduché indexy, individuálny index premenlivého zloženia a hodnotový index;



b) skúška *interakcie* vychádza z kruhovej skúšky:

$$i_{m/k} \times i_{n/m} = i_{n/k} \quad (8.38)$$

a vyhovuje indexom ako pri kruhovej skúške;

c) skúška *so zámennou časou* je zvláštnym prípadom skúšky interakcie:

$$i_{m/n} \times i_{n/m} = 1 \quad (8.39)$$

a vyhovuje indexom ako pri vyššie uvedených skúškach;

d) skúšky *úmernosti*: ak všetky individuálne indexy extenzitných či intenzitných veličín sa rovnajú  $k$ , tak súhrnný index týchto veličín sa tiež rovná  $k$ :

$$I_q = k \quad \text{a} \quad k = q_1/q_0 \quad (8.40)$$

resp.:

$$I_p = k \quad \text{a} \quad k = p_1/p_0 \quad (8.41)$$

pre všetky extenzitné a intenzitné veličiny a súhrnné indexy;

e) skúška *totožnosti*: ak sa extenzitné alebo intenzitné veličiny v priebehu skúmaného obdobia nezmenia, nezmení sa ani súhrnný index veličín týchto veličín:

$$I_q = 1 \text{ keď } q_1/q_0 = 1; \quad I_p = 1 \text{ keď } p_1/p_0 = 1 \quad (8.42)$$

a je zvláštnym prípadom skúšky určenia;

f) skúška *určenia*: ak niektorá extenzitná či intenzitná veličina sa rovná nule, súhrnný index týchto veličín sa nerovná nule. Tejto skúške zodpovedá iba súhrnný index týchto veličín.

Súhrnné indexy môžu vyhovovať skúškam uvedeným pod a) až c) vtedy, keď v indexoch sú ustálené veličiny štandardizované pre všetky skúmané obdobia na jednej a tej istej úrovni.

Súhrnné indexy extenzitných veličín budú týmto skúškam zodpovedať za predpokladu, že pre všetky skúmané obdobia sa použijú stále ceny:

$$\frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} \times \frac{\sum q_2 p}{\sum q_1 p} = \frac{\sum q_2 p}{\sum q_0 p} \quad (8.43)$$

Súhrnné indexy intenzitných veličín budú týmto skúškam vyhovovať za predpokladu, že extenzitné veličiny majú vo všetkých skúmaných obdobiach porovnateľnú štruktúru:

$$\frac{\sum q p_1}{\sum q p_0} \times \frac{\sum q p_2}{\sum q p_1} = \frac{\sum q p_2}{\sum q p_0} \quad (8.44)$$

Aby indexy vyjadrovali zmeny všetkých stránok sledovaných veličín je potrebné získať čo možno najviac údajov vyčerpávajúcim spôsobom. To však nie je vždy možné a ani potrebné. Preto sa vyberajú reprezentatívne veličiny, ktoré najkomplexnejšie vyjadrujú vecný obsah sledovanej veličiny alebo jej súborov.

Indexy, ktoré sa vytvárajú z tzv. reprezentantov, zostavujú sa do tzv. *výberových* indexov. Ak indexy vyjadrujú všetky stránky sledovaného súboru, ide o tzv. *vyčerpávajúce* indexy.

### **Príklad 8.5**

#### **Bázické a reťazové indexy**

Tabuľka 8.5 ukazuje, aký bol vývoj hrubého domáceho produktu na Slovensku v období rokov 1993-1997. Pokúsme sa určiť rad bázičných indexov (východiskové obdobie je rok 1993) a rad reťazových indexov. Overíme aj platnosť pravidla o násobení reťazových indexov (8.34) a pravidla o delení bázičných indexov (8.35).

| Rok | 1993  | 1994  | 1995  | 1996  | 1997  |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| HDP | 369,1 | 440,5 | 516,8 | 575,7 | 653,9 |

Tab. 8.5 Hrubý domáci produkt na Slovensku v mld. Sk, v bežných cenách

Prameň: Štatistická ročenka Slovenskej republiky 1998

Na základe vzťahov (8.32) a (8.33) zostrojíme požadované rady indexov a zapíšeme do tabuľky 8.6.

| Rok                                | 1993 | 1994  | 1995  | 1996  | 1997  |
|------------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
| Bázické indexy<br>( $q_0 = 1993$ ) | 100  | 119,3 | 140,0 | 155,9 | 177,2 |
| Reťazové indexy                    | X    | 119,3 | 117,3 | 111,4 | 113,6 |

Tab. 8.6 Bázické a reťazové indexy (%)

Hrubý domáci produkt v bežných cenách vzrástol napríklad v roku 1995 oproti východiskovému roku 1993 o 40% (bázický index  $\frac{q_2}{q_0} = \frac{516,8}{369,1} 100 = 140,0$ ). Medziročný nárast hrubého domáceho produktu v bežných cenách v roku 1997 oproti roku 1996 je 13,6% (reťazový index  $\frac{q_4}{q_3} = \frac{653,9}{575,7} 100 = 113,6$ ).

Platnosť vlastností (8.34) a (8.35) si overíme na príkladoch:

$$I_{96/93} = I_{94/93} \times I_{95/94} \times I_{96/95} = 1,193 \times 1,173 \times 1,114 = 1,559$$

$$I_{97/96} = I_{97/93} \div I_{96/93} = 1,772 \div 1,559 = 1,136$$